



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA DE LA EMPRESA

TESIS DOCTORAL

VALORACION Y GESTION DE RIESGOS EN  
MERCADOS ELECTRICOS LIBERALIZADOS

PABLO VILLAPLANA CONDE

DIRECTORES:

ALVARO ESCRIBANO SAEZ

JUAN IGNACIO PEÑA SÁNCHEZ DE RIVERA

MAYO 2003

## **TESIS DOCTORAL: "GESTIÓN DE RIESGOS Y VALORACIÓN DE DERIVADOS EN MERCADOS ELÉCTRICOS LIBERALIZADOS"**

Autor: **Pablo Villaplana Conde**, Departamento de Economía de la Empresa.

Directores: Prof. Álvaro Escribano Sáez y Prof. J. Ignacio Peña Sánchez de Rivera

Fecha de Defensa: 11 Julio 2003

### **RESUMEN:**

Esta Tesis Doctoral analiza el comportamiento del precio de la electricidad en mercados eléctricos liberalizados, así como el desarrollo de modelos de valoración de derivados eléctricos. El cuerpo central de esta Tesis Doctoral está formado por tres artículos independientes. En el primer capítulo, se presenta un modelo econométrico para las series de precios, que captura simultáneamente la posible presencia de varios factores: estacionalidad, reversión a la media, heterocedasticidad (GARCH) y saltos (dependientes en el tiempo). Posteriormente se propone un modelo para la valoración de contratos de futuros eléctricos que incorpore la posibilidad de saltos. La modelización propuesta introduce la posibilidad de saltos en una de las variables de estado y permite obtener fórmulas analíticas para el precio de futuros. Los resultados del modelo muestran la importancia de la prima de riesgo por salto. Finalmente, se propone un modelo de valoración de derivados donde las variables relevantes son la demanda y la capacidad de generación (oferta). Se obtienen fórmulas analíticas de valoración y se analizan los efectos de las variables de estado sobre el precio del contrato de futuro y sobre la prima de riesgo.

### **CÓDIGOS UNESCO:**

**5311 02 (principal)**

**5302 02**

**5312 05**

Area: Finanzas (Economía Financiera y Contabilidad)

Departamento de Economía de la Empresa

A mis padres, por todo

ANTES DE EMPEZAR, me gustaría aprovechar estas líneas para expresar mi gratitud a una serie de personas que de una u otra forma me han ayudado y apoyado durante el Doctorado.

En primer lugar, quiero agradecer a Álvaro y a Nacho su apoyo y su disponibilidad, así como su paciencia y la confianza que han depositado en mí durante estos años. Ellos me propusieron este tema, mostrándome desde el principio la confianza que habían depositado en mí, y han tenido la paciencia de ir viendo como este proyecto tomaba forma, dándome sus opiniones y argumentos, siempre positivos y acertados, que han ayudado a que finalmente esta Tesis llegara a buen fin. Siempre recordaré las reuniones que hemos tenido durante estos años con especial simpatía, pues siempre las he considerado muy fructíferas, tanto para el desarrollo de aspectos concretos de la Tesis como para mi formación como investigador.

Durante mi estancia en la Carlos III he podido conocer a muchos compañeros, en especial, el grupo de “La Academia” ha ayudado a crear un ambiente muy agradable donde desconectar del día a día; siempre recordaré estos años con especial cariño. De entre toda la gente que he conocido también me gustaría agradecer a Amaia, Cristina, Rosa, Paco y Roberto su amistad y su apoyo continuo durante estos años. Una mención especial requieren aquellos “afortunados” que han estado desde el principio, y día tras día aguantándome. Belén, María José, Ricardo y Jose: siempre os estaré agradecido por haber podido disfrutar de vuestra amistad y por haber tenido la paciencia suficiente para aguantarme todos estos años, tengo que reconocer que no ha sido poca... de todas formas, no creáis que os vais a poder librar de mí tan fácilmente.

También quiero agradecer a Isabel Gutiérrez y Alejandro Balbás, como directores del Departamento, el apoyo que he recibido. Aunque siempre existen posibles mejoras, creo que las condiciones económicas, materiales y de obligaciones docentes, así como el ambiente de trabajo que han ayudado a crear en el Departamento de Economía de la Empresa, permiten al doctorando centrarse en el desarrollo de su Tesis Doctoral con tranquilidad y garantías. Me llevo un recuerdo muy grato de mi paso por este Departamento. Me gustaría agradecer a las secretarías del Departamento, Begoña y Raquel, la paciencia que han tenido conmigo para resolver todas mis dudas de papeleo. También

quería agradecer a Mikel su apoyo y su disponibilidad durante este tiempo, al final incluso voy a echar de menos tus recomendaciones musicales y tus “arengas”.

Quisiera agradecer el apoyo económico recibido por parte de la *Fundación Carlos III* y muy especialmente el recibido por parte del *Laboratorio de Economía de la Energía*. También quería aprovechar para agradecer a Craig Pirrong, Vicente Meneu, Ángel León, Antonio Rubia y Miguel Artola, su disponibilidad y su tiempo, tanto para comentarme aspectos relacionados con la Tesis, como para ayudarme con la búsqueda de datos etc...

Finalmente, no puedo olvidarme de las tres personas a las que siempre agradeceré que estén a mi lado: mis padres, Antonio y Chelo, y Begoña. Creo que va a ser imposible enumerar todo lo que les debo a mis padres. Simplemente, siempre están ahí para lo que haga falta.

Bego, ahora ya sólo nos queda por delante tu Tesis y afrontar juntos todo lo que nos depare la vida.

# Índice

<b>Capítulo 1: Introducción</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo 2: Modelización del Precio de la Electricidad:</b>	
<b>Evidencia Internacional</b>	<b>15</b>
2.1 Introducción	15
2.2 Comportamiento del Precio de la Electricidad	18
2.2.1 ¿Porqué los Precios de la Electricidad son tan Volátiles?	18
2.2.2 Características del Precio de la Electricidad	19
a. Estacionalidad	
b. Reversión a la Media	
c. Saltos y Volatilidad	
2.3 Especificación del Modelo y Estimación	25
2.4 Datos y Análisis Descriptivo	31
2.4.1 Datos	31
2.4.2 Estadísticos Descriptivos	31
2.5 Resultados	33
2.6 Tests de Raíces Unitarias	41
2.6.1 Test Estándar de Raíz Unitaria	43
2.6.2 Test de Raíz Unitaria en Presencia de Errores GARCH(1,1)	45
2.6.3 Test de Raíz Unitaria en Presencia de “Outliers”	47
2.6.4 Procedimientos de Análisis de Raíz Unitaria en Presencia de “Outliers” y Errores GARCH(1,1)	49
2.7 Conclusiones y Posibles Extensiones	53
Apéndice 2.A: Estadística Descriptiva y Gráficos	57
Apéndice 2.B: Modelos y Resultados de la Estimación	64
Referencias	81

**Capítulo 3: Valoración de Derivados Eléctricos: una Aproximación**

**Bifactorial con Saltos.....87**

3.1 Introducción..... 87

3.2 Resultados Matemáticos Preliminares..... 93

3.3 Especificación Variables de Estado bajo Probabilidad Empírica..... 98

3.4 Procesos Riesgo Neutros y Valoración ..... 104

3.5 Aplicación Empírica Mercado PJM: Datos “Spot” y “Forward” ..... 113

    3.5.1 Procedimiento de Estimación y Resultados ..... 115

3.6 Conclusiones y Posibles Extensiones ..... 120

Apéndice 3.1: Relación entre Fórmulas de Valoración y Transformadas..... 123

Apéndice 3.2: Derivación detallada Fórmulas de Valoración..... 125

Apéndice 3.3: Estadísticas Resumen y Gráficos ..... 143

Apéndice 3.4: Resultados de la Estimación. Mercado PJM. .... 146

Referencias ..... 151

**Capítulo 4: Valoración de Contratos de Futuros sobre Electricidad: el Papel de la Demanda y la Capacidad ..... 155**

4.1 Introducción..... 155

4.2 Modelos de Valoración de Derivados Eléctricos ..... 156

4.3 Demanda y Capacidad de Generación..... 164

    4.3.1 Demanda..... 164

    4.3.2 Capacidad de Generación ..... 173

4.4 Modelo y Relación entre Precio y Variables de Estado ..... 176

4.5 Valoración Contratos de Futuros..... 185

4.6 Conclusiones..... 188

Apéndice 4..... 190

Referencias ..... 199

**Capítulo 5: Extensiones y Posibles Líneas de Investigación Futuras .....203**

# Capítulo 1:

## Introducción

Esta Tesis Doctoral “Gestión de Riesgos y Valoración de Derivados en Mercados Eléctricos Liberalizados” toma como punto de partida el proceso de desregulación (ó liberalización) del sector eléctrico. Aunque el punto de partida puede parecer más común en el área de Economía Industrial, esta Tesis Doctoral se centra en las consecuencias que tiene el proceso de liberalización sobre la toma de decisiones de carácter financiero de los agentes participantes en el mercado eléctrico. El punto de partida por tanto, responde a un cambio real en las condiciones de mercado de un determinado sector. La desregulación del sector eléctrico es una tendencia creciente en países de todo el mundo, este proceso ha generado muchos análisis y discusiones de tipo económico. En esta Tesis Doctoral estamos especialmente interesados en la modelización del precio de la electricidad, la gestión de riesgos y la valoración de derivados. El objetivo de esta Tesis es desarrollar y aplicar metodologías del área de la Economía Financiera para analizar estos problemas. Aunque nos centramos en el análisis del sector eléctrico, consideramos que los modelos propuestos y resultados obtenidos son de utilidad para el análisis de otros problemas del área de la Economía Financiera.



En este Capítulo presentamos de brevemente las características principales del sector eléctrico y las consecuencias del proceso de liberalización (o desregulación). No es nuestro objetivo entrar en demasiados detalles y por tanto, en este Capítulo iremos dando referencias donde se abordan con mayor profundidad algunos aspectos que aquí se comentan de forma sucinta. En este Capítulo 1 también presentamos un resumen de los análisis y contribuciones principales que se obtienen en los Capítulos 2, 3 y 4, que forman la parte fundamental de esta Tesis Doctoral .

El sector eléctrico ha sido tradicionalmente una industria integrada verticalmente compuesta por los sectores de generación, transmisión y distribución. Sin embargo este panorama ha cambiado notablemente desde mediados de los 90 en diversos países<sup>1</sup> de todo el mundo.

Se puede considerar que la industria eléctrica está compuesta por tres sectores (ó actividades) diferenciados: generación de electricidad, transmisión y distribución<sup>2,3</sup>. Una vez la electricidad es generada<sup>4</sup>, se envía a través de líneas de transmisión de alto voltaje a aquellas áreas donde la electricidad será consumida. Una vez la electricidad llega a la zona donde será consumida se transforma a bajo voltaje y se envía a través de líneas de distribución locales a los consumidores finales.

---

<sup>1</sup> Para una revisión de los procesos de liberalización y sus consecuencias sobre el desarrollo de mercados financieros puede consultarse Millán (1999) y Meneu et al. (2001). Estos dos libros son una excelente referencia como introducción al proceso de desregulación del sector eléctrico y sus consecuencias “financieras”, así como para obtener una panorámica de las diferentes experiencias internacionales. Para un análisis específico sobre el mercado español puede consultarse Fabra y Toro (2001), León y Rubia (2001) y Rubia (2001).

<sup>2</sup> En algunas ocasiones y dentro de un contexto de mercado desregulado (y sin centrarnos en la definición legal de ningún mercado concreto) utilizaremos los términos distribución y comercialización como sinónimos.

<sup>3</sup> La generación consiste en la producción de electricidad. La transmisión supone el transporte de la energía producida a través de redes de alta tensión. La distribución supone el transporte a través de redes de mediana y baja potencia. La comercialización consiste en el suministro a los consumidores finales. En el caso español, los distribuidores son los encargados de suministrar electricidad a los consumidores sujetos a tarifa mientras que los comercializadores suministran a los consumidores cualificados.

<sup>4</sup> Existen diferentes tecnologías para la generación de electricidad: a través de la combustión de combustibles fósiles, mediante el uso de la energía hidráulica, nuclear, eólica ó solar.

Con anterioridad al proceso de desregulación, estas tres actividades relacionadas estaban normalmente, integradas en una misma compañía. Estas actividades eran consideradas propias de un monopolio natural, donde la integración vertical de las empresas era el modelo económico más lógico para las empresas del sector. En este marco, las autoridades fijaban los precios basándose en los costes de producción, de forma que el riesgo de precio era inexistente. Sin embargo, la aparición de avances tecnológicos mostró que no todas las actividades del sector eléctrico debían ser consideradas como monopolios naturales. A modo de ejemplo, el desarrollo de tecnologías de generación de electricidad, como la generación mediante ciclos combinados, ha permitido la construcción de plantas generadoras de tamaño pequeño y medio, es decir, la escala óptima de las plantas generadoras ha disminuido; la mejora en las telecomunicaciones permite al operador del sistema eléctrico controlar la información a tiempo real de la evolución de demanda y oferta, y por tanto permite una mayor interconexión de compañías y la competencia entre ellas; mejoras tecnológicas también han permitido una reducción en las pérdidas que ocurren durante la transmisión y permite que plantas alejadas entre ellas puedan competir. Estos cambios han permitido reformar el sector eléctrico y transformarlo desde un sector verticalmente integrado hacia una industria que se rige por principios competitivos. Sobre los cambios y limitaciones del proceso de reestructuración del sector eléctrico, ver Borenstein (2000) y Borenstein y Bushnell (2000).

Una de las características primordiales de la electricidad es que no es almacenable. Por tanto, no se puede recurrir a los *stocks* para suavizar la fluctuaciones imprevistas de oferta o demanda (shocks de oferta y demanda no pueden suavizarse mediante inventarios) y como consecuencia el precio spot de la electricidad es muy volátil.

A su vez, oferta y demanda agregada han de estar equilibradas en todo momento para evitar el colapso de la red eléctrica. Otros elementos característicos de la electricidad como mercancía es que tanto la demanda como la oferta son inelásticas y que pueden existir restricciones en la producción y transmisión de la electricidad. Las posibilidades de restricciones en la transmisión suponen que electricidad en dos puntos geográficos diferentes puedan ser consideradas dos mercancías diferentes. A su vez la no almacenabilidad de la electricidad supone que electricidad en dos puntos diferentes en el tiempo también puedan ser consideradas dos mercancías diferentes. Por tanto, en el proceso de liberalización del sector eléctrico, la electricidad pasa a convertirse en otra “*commodity*”.

Aunque el proceso de desregulación varía entre países hay un patrón general en todos ellos. El proceso de liberalización supone entre otros aspectos:

1. La desintegración vertical de las compañías eléctricas.
2. La separación de las actividades que requiere la producción y entrega de la electricidad: generación, transmisión, distribución y comercialización.
3. La creación de un mercado de electricidad (“pool”).
4. El desarrollo de aspectos legales e institucionales que permitan el acceso a la red de transmisión y que provean mecanismos de coordinación.

El punto más importante para nosotros es la creación de un mercado de electricidad, y que por tanto, introduce elementos de competencia, como institución básica mediante la cual se establece el precio de electricidad (precio de equilibrio). Es este precio el que genera la incertidumbre y el riesgo económico en el sector. Por tanto, el proceso de desregulación implica que de forma inevitable, los agentes del sector se vean expuestos al riesgo de mercado. A modo de ejemplo el generador que vende su electricidad en el

pool sufre el riesgo de falta de correspondencia entre sus costes y el precio de venta al pool. A su vez, aquellos generadores que no vendan toda su electricidad al “pool” porque tiene contratos bilaterales a precio fijo, están sujetos al riesgo de incrementos de precios en el pool, por encima del precio fijo de sus contratos bilaterales. Obviamente distribuidores y comercializadores están sujetos al riesgo de precio ya que compran a un precio volátil y venden a un precio fijo. Los clientes industriales que compran directamente en el mercado mayorista se encuentran en la misma situación, de riesgo de incremento de precios. Por tanto, claramente todos los agentes participantes en mercados eléctricos desregulados se tienen que enfrentar al riesgo de precio<sup>5</sup>.

La negociación de la electricidad (“trading”), realización de análisis, cuantificación y gestión del riesgo, la valoración de contratos financieros y activos reales así como la decisión de financiación de nuevas inversiones, todas ellas son actividades que requieren un análisis profundo de la evolución del precio y la elaboración de modelos de valoración. Por tanto, bajo el nuevo marco normativo, las empresas participantes en el mercado están interesadas en gestionar el riesgo generado por la volatilidad del precio. La gestión de este riesgo puede realizarse a través de contratos financieros (derivados) que tienen como subyacente el precio de la electricidad, y que no representan obligación de entrega física de electricidad. La desregulación por tanto, ha introducido nuevos elementos de incertidumbre en el sector y como consecuencia conceptos usuales en los mercados financieros como *la gestión del riesgo, la valoración de contratos derivados, ó la realización de operaciones de cobertura* están siendo introducidos en la industria eléctrica (y energética en general). De hecho, en aquellos mercados eléctricos liberalizados con más experiencia, existen mercados de futuros y opciones (por ejemplo

---

<sup>5</sup> Claramente existen otros riesgos a los que los agentes deben enfrentarse. La existencia de riesgo de precio, ó riesgo de mercado en general, estará relacionado por ejemplo con la aparición de riesgo de crédito. Para un análisis sobre riesgo de mercado y de crédito y su interrelación ver Peña (2002).

contratos de futuros se negocian en diferentes mercados como el “Sydney Futures Exchange”, “New Zealand Futures and Options Exchange”, “Eltermin” (Escandinavia), NYMEX y otros). Para un análisis detallado sobre el proceso de liberalización y el desarrollo de mercados de futuros, puede consultarse Millán (1999) y Meneu et al. (2001).

Resumiendo, el punto de partida de esta Tesis Doctoral es la liberalización del sector eléctrico. Este proceso de liberalización supone, entre otros aspectos, la creación de un mercado de electricidad (“pool”) . El precio de equilibrio resultante en este mercado es la principal variable generadora de incertidumbre y riesgo para los participantes de este mercado. A lo largo de esta Tesis Doctoral nos centramos en la modelización de las series de precios de mercados “spot”, así como en la valoración de contratos derivados donde el subyacente es este precio de electricidad.

Consideramos que un primer paso necesario es comprender y ser capaces de modelizar la evolución de la variable que genera el riesgo en el sector (riesgo de mercado). Concretamente en el Capítulo 2 (“Modelización del Precio de la Electricidad: Evidencia Internacional”) analizamos las características de las series de precio de la electricidad en mercados liberalizados. En ése capítulo, presentamos un modelo general que captura simultáneamente la posible existencia de varios factores: estacionalidad, reversión a la media, comportamiento GARCH y saltos (con intensidad no constante). Aplicamos el modelo a las series de precios de mercados eléctricos de Argentina, Australia (Victoria), Nueva Zelanda (Hayward), Escandinavia (Nord Pool), España y EEUU (PJM), mediante datos diarios. Estimamos seis modelos diferentes anidados y comparamos la importancia relativa de cada factor y sus interacciones. Los resultados nos permiten concluir que los precios de la electricidad tienen reversión a la media con

un fuerte componente de volatilidad (GARCH) y saltos con intensidad no constante, aún después de controlar por la posibilidad de estacionalidad (en el nivel de la serie). Aunque el comportamiento GARCH(1,1) es un factor importante en general, la inclusión de GARCH y saltos es necesario (excepto para el caso español) para obtener resultados convincentes. En las estimaciones del modelo con componente GARCH pero sin componente de salto obtenemos que el proceso de volatilidad es integrado, de forma que obtenemos un proceso de volatilidad explosivo. A su vez, en los modelos con componente de saltos pero sin componente GARCH los resultados de la estimación muestran una probabilidad de salto excesivamente alta. Ambos problemas se resuelven con los modelos que incorporan tanto un componente de volatilidad estocástica (GARCH) como la posibilidad de saltos. Los test de Ratio de Verosimilitudes también muestran la necesidad de incorporar estos dos componentes. También proponemos un modelo con componente GARCH y con saltos donde el proceso de intensidad (probabilidad de ocurrencia de salto) es no constante. Aunque la especificación utilizada para el proceso de intensidad es sencilla, el modelo es capaz de capturar la existencia de *estacionalidad en la probabilidad de salto* (por ejemplo para el mercado PJM).

Es decir nuestros resultados muestran que *el componente de salto y el proceso GARCH son elementos complementarios* en vez de ser factores sustitutivos en un modelo para precios de electricidad. Hasta donde nosotros conocemos no existe ningún trabajo en la literatura que incorpore ambos componentes (GARCH y saltos), así el modelo general que proponemos extiende los trabajos de Duffie et al. (1998), Johnson y Barz (1999) y Knittel y Roberts (2001).

En el Capítulo 2 también presentamos un análisis detallado sobre la posible presencia de raíces unitarias. Aplicamos a las series de precios una batería de test de raíces unitarias:

el test de Dickey-Fuller aumentado (ADF), el test propuesto por Boswijk (2000) que tiene en cuenta la presencia de componente GARCH y el test propuesto por Arranz et al. (2000) que tiene en cuenta la posible presencia de “outliers” aditivos. Dado que hemos observado en las series de precios la presencia de saltos y errores GARCH, proponemos un método nuevo basado en técnicas de remuestreo (“bootstrap”) que captura la posible presencia de ambos componentes. El nuevo procedimiento propuesto en este trabajo permite concluir que en los seis mercados analizados (utilizando datos diarios), los *precios spot de equilibrio de la electricidad muestran reversión a la media*. Resumiendo, en el Capítulo 2 hemos propuesto un modelo que captura la posibilidad de presencia simultánea de volatilidad estocástica (GARCH) y saltos (con posibilidad de intensidad no constante). Hemos estimado el modelo para un conjunto de mercados liberalizados, y los resultados obtenidos nos permiten concluir que los precios de la electricidad son estacionales, que tienen reversión a la media con un fuerte componente de volatilidad (GARCH) y saltos (en algunos casos con intensidad no constante).

En el Capítulo 3 (*“Valoración de Derivados Eléctricos: una Aproximación Bifactorial con Saltos”*), proponemos un conjunto de modelos de dos factores que incorpora la posibilidad de saltos y estacionalidad, para la valoración de futuros sobre la electricidad. El modelo que proponemos es una extensión del modelo de corto plazo / largo plazo de Schwartz y Smith (2000) y Lucía y Schwartz (2002). Una de nuestras principales contribuciones es la inclusión de un componente que incorpore saltos, con un proceso de intensidad no constante (probabilidad de ocurrencia de saltos), en el factor de corto plazo. También permitimos que el proceso de largo plazo tenga reversión a la media. Modelizamos el comportamiento estocástico de las variables (no observables) subyacente mediante procesos de difusión afines y procesos de difusión

afines con saltos. Con esta estrategia de modelización podemos utilizar los resultados obtenidos por Duffie, Pan y Singleton (2000). De esta forma obtenemos fórmulas cerradas para el precio de contratos de futuros. Dada la conexión entre la fórmula para el precio del contrato de futuros y la fórmula de la función característica del precio, también obtenemos en forma cerrada la fórmula para esta última. Esto nos permitiría calcular el precio de otro tipo de derivados (opciones) mediante la inversión de la función característica.

Realizamos un análisis empírico del modelo con datos de contratos de futuros del mercado americano de Pennsylvania – New Jersey – Maryland (PJM) y presentamos una metodología sencilla para extraer parámetros riesgo-neutros a partir de los datos de contratos de futuros. En el análisis empírico obtenemos que la prima de riesgo por salto (“jump risk premium”) es uno de los principales determinantes de la prima de riesgo en el mercado PJM, y capturamos su marcado carácter estacional. Concretamente hemos mostrado como la prima de riesgo por salto representa el 40% de precio de los contratos “forward” con vencimiento en los meses de verano.

El modelo propuesto también permite incorporar prima de riesgo (“difusiva”) no constante (“time-varying diffusive risk premium”). Esta alternativa puede ser interesante a la hora de analizar si los movimientos extremos de los precios de los contratos “forward” se deben a la sobreestimación de la persistencia de los “shocks” del mercado “spot” por parte de los agentes participantes en un mercado nuevo e inmaduro (tal y como sostienen Pirrong y Jermakyan (2000)) ó se debe a prima de riesgo no constante. Nuestro modelo es suficientemente flexible como para poder incorporar esta posibilidad. Nuestros resultados también complementan y extienden los obtenidos por Bessembinder y Lemmon (2002) al presentar una metodología para calcular la prima de



riesgo por salto y relacionar la prima de riesgo por salto con la prima de riesgo por asimetría apuntada por Bessembinder y Lemmon (2002), como uno de los principales componentes de la prima de riesgo en mercados eléctricos.

En el Capítulo 4 (*“Valoración de Contratos de Futuros: el Papel de la Demanda y la Capacidad”*) proponemos un modelo bifactorial para la valoración de contratos derivados eléctricos. En este capítulo, consideramos como variables de estado la demanda y la capacidad de generación y modelizamos el precio “spot” como una función convexa de estas dos variables. Modelizamos la variable de demanda y capacidad mediante procesos afines con saltos. Aunque existen varios trabajos en la literatura que consideran la introducción de una variable de oferta (“capacidad efectiva de generación”) como un elemento importante para entender la evolución de los precios spot y de los precios de los contratos de futuros, en la gran mayoría de los casos se acaba imponiendo el supuesto de que la capacidad de generación es constante, ver por ejemplo Barlow (2002), Bessembinder y Lemmon (2002) y Longstaff y Wang (2002) entre otros. El objetivo de este Capítulo es proponer un marco teórico que permita incorporar la “capacidad efectiva de generación” como una variable aleatoria. A su vez también queremos analizar dentro de este marco el efecto que cambios en la variable de demanda tienen sobre los contratos de derivados, especialmente contratos de futuros. En este Capítulo obtenemos en forma analítica la fórmula de valoración para contratos de futuros. Al igual que en el Capítulo 3, obtenemos en forma analítica la función característica y por tanto, el modelo propuesto podría extenderse para la valoración opciones. Dado que en este modelo el logaritmo del precio spot es una función afín de las variables de estado (oferta y demanda) y dado que estas variables de estado son modelizadas mediante procesos afines con saltos utilizamos los resultados presentados

en Duffie et al. (2000) para obtener nuestros resultados. Al obtener la fórmula de valoración en forma analítica podemos analizar, de forma sencilla, los efectos que cambios en demanda y en capacidad tienen sobre las fluctuaciones de los precios de los contratos de futuros. En concreto comprobamos como, la compensación requerida por los agentes (precio de mercado del riesgo de demanda y capacidad), la estacionalidad (y el nivel) de la volatilidad de la demanda y el grado de convexidad en la relación entre precio, demanda y oferta (sensibilidad del precio a cambios en las condiciones de demanda y oferta), son componentes determinantes de la prima de riesgo “forward”. Diferencias en el comportamiento de la prima de riesgo a lo largo del tiempo en un mismo mercado ó diferencias en el comportamiento de esta prima entre mercados vendrán determinadas por estos componentes.

Finalmente hemos introducido un último capítulo, Capítulo 5, (“Extensiones y Líneas de Investigación Futuras”). En este Capítulo recapitulamos parte de las metodologías y conclusiones que se han ido presentando en el resto de capítulos y exponemos las que a nuestro entender son extensiones interesantes que pueden llevarse a cabo en el futuro.

## REFERENCIAS

- Arranz, M. A., A. Escribano y F. Mármol (2000), "Effects of Applying Linear and Nonlinear Filters on Tests for Unit Roots with Additive Outliers", Working Paper 00-86, Universidad Carlos III.
- Barlow, (2002), "A diffusion model for electricity prices", *Mathematical Finance*, 12, pp. 287-298.
- Bessembinder, H. y M.L. Lemmon (2002), "Equilibrium Pricing and Optimal Hedging in Electricity Forward Markets", *Journal of Finance* 57, 1347-82.
- Borenstein, S. (2000), "Understanding Competitive Pricing and Market Power in Wholesale Electricity Markets", *The Electricity Journal*, July, 49-57.
- Borenstein S. y J. Bushnell (2000), "Electricity Restructuring: Deregulation or Reregulation?", University of California Energy Institute, POWER WP-074
- Boswijk, P.H. (2000), "Testing for a Unit Root with Near-Integrated Volatility", unpublished manuscript, Department of Quantitative Economics, Universiteit van Amsterdam.
- Duffie, D., S. Gray y P. Hoang (1998), "Volatility in Energy Prices", *Managing Energy Price Risk*, RiskPublications, Second Edition.
- Duffie, D., J. Pan y K. Singleton (2000), "Transform Analysis and Asset Pricing for Affine Jump-Diffusions", *Econometrica*, vol. 68(6), 1343-1376.
- Fabra, N. y J. Toro (2001), "Price Wars and Collusion in the Spanish Electricity Spot Market", working paper, IDEI.
- Johnson, B. y G. Barz (1999), "Selecting Stochastic Process for Modelling Electricity Prices", *Energy Modelling and the Management of Uncertainty*, RiskPublications.
- Knittel, C. R. y M. Roberts (2001), "An Empirical Examination of Deregulated Electricity Prices", POWER WP-087, University of California Energy Institute.

- León, A. y A. Rubia (2001), “Comportamiento del Precio y Volatilidad en el Pool Eléctrico Español”, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas (IVIE), WP-2001-04.
- Longstaff, F.A. y A.W. Wang (2002), “Electricity Forward Prices: a High-Frequency Empirical Analysis”, working paper 10-02, UCLA.
- Lucía, J. y E. Schwartz (2002), “Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from Nordic Power Exchange”, *Review of Derivatives Research*, vol. 5 (1), 5-50.
- Meneu, V., R. de Benito, M.D. Furió y J.M. Palanca (2001), *El Mercado Eléctrico en Escandinavia, Estados Unidos y Reino Unido*, Fundación Generalitat Valenciana Iberdrola.
- Millán R. (1999), *Los Mercados de Futuros de Electricidad*, Ed. Civitas.
- Peña, J.I. (2002), *La Gestión de Riesgos Financieros de Mercado y de Crédito*, Prentice-Hall
- Rubia, A. (2001), *Comportamiento del Precio y Volatilidad de los Mercados “Spot” de Electricidad*, Tesis Doctoral, Universidad de Alicante.
- Schwartz, E. y J.E. Smith (2000), “Short-term Variations and Long-term Dynamics in Commodity Prices”, *Management Science*, 46 (7), 893-911.



## Capítulo 2:

### Modelización del Precio de la Electricidad:

### Evidencia Internacional

#### 2.1. INTRODUCCIÓN

Hasta principios de la década de los 90 el sector eléctrico ha sido una industria integrada verticalmente, donde los reguladores fijaban precios en función de los costes de generación, transmisión y distribución y por tanto existía poca incertidumbre en los precios. En los últimos años los mercados eléctricos de diferentes países han empezado a experimentar un proceso de desregulación, que tiene como objetivo la introducción de competencia en las actividades de generación y comercialización (aunque no en las actividades de transmisión y distribución dado que estas dos actividades son monopolios naturales). Una de las principales consecuencias de esta reforma es que el precio pasa a estar determinado por la interacción de oferta (generadores) y demanda (comercializadores, que son agentes que compran la energía y la venden a los consumidores finales) en lo que usualmente se denomina un “pool”. En este contexto los generadores compiten en la venta de electricidad en el “pool”, mientras que los comercializadores compran electricidad, para satisfacer la demanda de los consumidores

finales, al precio de equilibrio del “pool”. Este precio de equilibrio es el precio resultante de la intersección de oferta y demanda para cada hora ( o media hora) del día siguiente. Los precios en los mercados liberalizados se han caracterizado por una extrema volatilidad. Incluso cuando los comparamos con otros mercados financieros (acciones, bonos) o con otros mercados de mercancías, el comportamiento de los precios de la electricidad continúa siendo considerado como complejo y volátil. La desregulación ha introducido nuevos elementos de incertidumbre en el sector y por tanto aspectos usuales en los mercados financieros como gestión del riesgo, contratos de derivados, o cobertura están siendo introducidos en la industria. De hecho, en aquellos mercados eléctricos desregulados con más experiencia existen mercados de futuros y opciones (por ejemplo contratos de futuros se negocian en diferentes mercados como el “Sydney Futures Exchange”, “New Zealand Futures and Options Exchange”, “Eltermin” (Escandinavia), NYMEX y otros).

Existe una extensa literatura de los efectos de la desregulación en mercados eléctricos desde un punto de vista de organización industrial y de regulación. Para una introducción al análisis de la competencia en mercados eléctricos, puede consultarse por ejemplo, Wolak (1997), Hogan (1998), Borenstein (2001), Fabra y Harbord (2001) y las referencias que se incluyen en estos trabajos. Nosotros tomamos como dados los precios de equilibrio (vaciado de mercado) de los mercados spot para realizar nuestro análisis.

La caracterización del comportamiento de los precios de la electricidad es una tarea necesaria y es la base para la valoración y la gestión del riesgo tanto de activos reales como de contratos financieros son subyacente esta mercancía. Algunas contribuciones

iniciales son Johnson y Barz (1999), Bhanot (2000), Lucía y Schwartz (2002) y Knittel y Roberts (2001).

Extendemos esta literatura proponiendo y estimando un modelo general y flexible, que aplicamos a un conjunto relativamente amplio de países, Argentina, Escandinavia (NordPool), Australia (Victoria), Nueva Zelanda (Hayward), EEUU (Pennsylvania-Nueva Jersey-Maryland, PJM de aquí en adelante) y España. Esto nos permitirá comparar las diferencias en el comportamiento del precio de la electricidad en diversos mercados liberalizados, así como cuantificar el papel de estas características (importancia de la estacionalidad, reversión a la media, volatilidad y/ o saltos) en cada mercado individual. Nuestro objetivo es proponer un modelo general (modelo de referencia) que englobe las principales características presentes en todos estos mercados.

Una de las principales innovaciones de este artículo es la estimación de un modelo flexible a un conjunto significativo de mercados. Es decir, tomamos en cuenta la interacción entre saltos y comportamiento GARCH, y entre saltos, comportamiento GARCH y reversión a la media. Nuestros resultados muestran la importancia de incluir estos tres elementos de forma simultánea, para aislar verdaderamente los principales elementos que explican el comportamiento de los precios de la electricidad en mercados liberalizados. La otra contribución importante es proponer y aplicar una nueva estrategia para analizar la posible presencia de raíces unitarias en presencia de volatilidad y saltos. Aunque nos centramos en los precios de equilibrio en mercados eléctricos, esta estrategia de modelización podría aplicarse al precio de otras mercancías como por ejemplo el gas.



El Capítulo se organiza de la siguiente forma. La Sección 2 describe los principales factores que caracterizan los precios de la electricidad y discute la literatura relacionada. La Sección 3 presenta el modelo y la metodología econométrica. La Sección 4 describe los datos utilizados y presenta algunos estadísticos descriptivos. La Sección 5 presenta los resultados empíricos a partir de las estimaciones. La Sección 6 aplica una batería de test de raíces unitarias bajo la hipótesis nula de raíz unitaria contra la alternativa de reversión a la media. Finalmente, en la Sección 7 se incluyen algunas conclusiones y se proponen nuevas líneas de investigación sobre gestión de riesgos basados en nuestros resultados empíricos.

## **2.2. COMPORTAMIENTO DEL PRECIO DE LA ELECTRICIDAD Y LITERATURA RELACIONADA**

### **2.2.1 ¿Porqué son tan volátiles los precios de la electricidad?**

Existen varios elementos que nos permiten explicar la alta volatilidad observada en los precios de la electricidad. Probablemente el más importante de ellos es la imposibilidad de almacenar electricidad. La electricidad no puede almacenarse físicamente de forma directa (la electricidad puede almacenarse de forma indirecta vía recursos hídricos o vía almacenaje de fuel, gas que son utilizados para generar electricidad), y la producción y consumo deben estar equilibrados de forma continua. Por tanto, “shocks” de oferta ó demanda no pueden ser eliminados de forma suave y tendrán un efecto directo sobre los precios de equilibrio.

Las características de demanda y oferta también juegan un papel relevante en la volatilidad observada. La demanda de electricidad es altamente inelástica dado que es

una mercancía necesaria y muy dependiente del comportamiento del clima. Las características de la curva de oferta (“supply stack”) en cada mercado también pueden contribuir significativamente al nivel observado de volatilidad para un nivel dado de demanda. Recordemos que los precios de equilibrio se determinan a partir de la intersección de la demanda y a oferta. Para niveles bajos de demanda, los generadores ofertan electricidad mediante unidades con bajo coste marginal (“base-load units”), y a medida que se necesita una mayor cantidad de electricidad, nuevos generadores con mayores costes marginales entran en el sistema. La relativa insensibilidad de la demanda a las fluctuaciones del precio, y las restricciones técnicas que la oferta puede sufrir en períodos de demanda alta (“peak periods”), hacen que los precios a corto plazo puedan ser extremadamente volátiles. Por tanto, en mercados donde demanda y oferta tienen fuertes pendientes se pueden observar incrementos fuertes de precios cuando la demanda de electricidad aumenta. Además, dependiendo de la estructura del mercado y del poder de mercado de los generadores, para altos niveles de demanda únicamente unos pocos generadores pueden satisfacer la demanda residual y por tanto el poder de mercado explicar los aumentos de precios a través del comportamiento oligopolístico ó monopolístico de los generadores.

### **2.2.2. Características del precio de la electricidad**

El modelo que proponemos es muy flexible y nos permite introducir de forma simultánea estacionalidad, reversión a la media, volatilidad y saltos. El principal objetivo de nuestro artículo es mostrar que este modelo general captura las características idiosincráticas de los precios de la electricidad. Como veremos más

adelante, secciones 4 y 5, existe suficiente evidencia en los datos para incluir las cuatro características de forma simultánea.

#### **a. Estacionalidad**

La demanda de electricidad viene determinada de forma importante tanto por la actividad económica como por las condiciones meteorológicas. Estos dos factores explican el comportamiento estacional observado en la series de precios. Diferentes tipos de estacionalidad pueden aparecer en los datos; intradiaria, semanal y mensual. Como es usual en la literatura, suponemos que la estacionalidad puede capturarse mediante factores deterministas, y dado que analizamos precios diarios medios, solamente consideraremos estacionalidad semanal y mensual. En particular la estacionalidad será capturada mediante dos funciones estacionales deterministas: a) estacionalidad semanal, capturada mediante “dummies” diarias y b) estacionalidad mensual, capturada mediante “dummies” mensuales ó funciones sinusoidales.

La importancia de los patrones regulares deterministas en el comportamiento del precio de la electricidad han sido analizados por Lucía y Schwartz (2002) y Bhanot (2000). Lucía y Schwartz (2002) proponen y estiman modelos unifactoriales y bifactoriales con reversión a la media con estacionalidad determinista para el mercado escandinavo (“NordPool”), mostrando que el patrón estacional en el precio “spot” de electricidad puede explicar parte del patrón observado en las curvas “forward”. Bhanot (2000) analiza precios de electricidad de 12 mercados regionales de EEUU, centrándose en la reversión a la media y en el comportamiento estacional de estas series así como las diferencias entre ellas.

**b. Reversión a la media.**

Dado que “shocks” positivos en demanda aumentan tanto el precio de equilibrio como los incentivos económicos a que generadores con mayores costes marginales entren en el sistema, aumentando la oferta, parece natural esperar algún tipo de reversión a la media en la evolución de los precios de la electricidad. Por otro lado, podría argumentarse que los precios tienen reversión a la media dado que el clima es un factor dominante que influye en los precios de equilibrio a través de cambios en la demanda. Dado que la evolución del clima es un proceso cíclico con reversión a la media, esta tendencia a revertir a su nivel medio (posiblemente variable en el tiempo) afectará a la demanda y por tanto, a los precios de equilibrio (Knittel y Roberts 2001). Aunque la gran mayoría de los trabajos que se han propuesto hasta el momento son modelos con reversión a la media, por ejemplo, Bhanot (2000), Karesen y Husby (2000), Lucía y Schwartz (2002) y Knittel y Roberts (2001), también existen algunos trabajos recientes que caracterizan el comportamiento de los precios de la electricidad como procesos sin reversión a la media, véase por ejemplo, de Vany y Walls (1999) y Leon y Rubia (2001). Por otro lado, Johnson y Barz (1999) analizan modelos con y sin reversión a la media con y sin saltos para un conjunto de mercados liberalizados. Sus resultados muestran que el mejor modelo es un modelo con reversión a la media y saltos. No obstante, estos autores no proveen ningún test formal (test de raíces unitarias,...) ni consideran la posibilidad de volatilidad no constante. En este trabajo resolvemos estas limitaciones de dos formas: a) extendemos el análisis a otros mercados eléctricos y b) sugerimos una nuevo procedimiento formal para analizar la hipótesis de raíz unitaria contra la alternativa de reversión a la media en presencia de GARCH y saltos en los datos.

### **c. Saltos y volatilidad**

A simple vista (un análisis econométrico más formal será realizado en la Sección 5) podemos observar, en los gráficos 1 a 6 del Apéndice, claramente la importancia de los saltos en el comportamiento del precio de la electricidad.

Una de las características de estos saltos, es que el precio no permanece en el nuevo nivel, sino que revierte rápidamente al nivel previo. Este comportamiento puede capturarse mediante la introducción de un proceso de Poisson en un modelo de difusión con saltos. De hecho existen algunos trabajos con procesos de difusión con saltos. Johnson y Barz (1999) estiman varios procesos de difusión con saltos para varias series de precios de electricidad, Knittel y Roberts (2001) también estiman un modelo con saltos (con intensidad dependiente del tiempo) para los precios de California. A pesar de las ventajas de introducir saltos en el modelo, también existen algunas limitaciones en la modelización de las series de precios con procesos de difusión con saltos (ver por ejemplo, Pirrong y Jermakyan, 1999 y Clewlow y Strickland, 2000). La principal crítica es el supuesto de que todos los “shocks” que afectan a la serie desaparecen al mismo ritmo. Simple intuición económica nos diría que este no es el caso. Para “shocks” grandes parece evidente que las fuerzas de demanda y oferta harán que el precio revierta al antiguo nivel de forma rápida. Por otro lado, cuando los “shocks” son de menor tamaño, es más probable que los precios reviertan al nivel previo de forma lenta debido a la presencia de costes de ajuste. En términos estadísticos, la modelización de las series con procesos de difusión con saltos también tiene sus propias limitaciones. Cuando estimamos el proceso de difusión con salto mediante (Cuasi) Máxima Verosimilitud el modelo estimado tiende a capturar los saltos de menor tamaño y mayor frecuencia en la serie. Además, los modelos de difusión con saltos, no capturan el hecho de que los

saltos aparecerán con mayor probabilidad en aquellos períodos donde la diferencia entre la máxima oferta posible y la demanda no sea muy grande (exceso de capacidad pequeño). Si la curva de oferta (“supply stack”) es convexa (costes marginales crecientes) durante períodos de demanda alta, el efecto sobre los precios, para un nivel dado de demanda (movimiento hacia la derecha en la curva de demanda), será mayor cuanto menor sea el exceso de capacidad. Nuestro modelo es suficientemente flexible como para resolver estas limitaciones.

Otro aspecto importante del precio de la electricidad es la existencia de alta volatilidad y de agrupamiento (“clustering”) de la misma. Uno de los modelos más populares para modelizar la volatilidad condicional es el modelo GARCH y sus extensiones. Aunque existe algún trabajo en la aplicación de los modelos de la familia ARCH a los precios de la electricidad, existen algunos problemas en el uso de estos modelos con series de precios de electricidad. Para una aplicación de diferentes tipos de modelos ARCH y GARCH en series de precios de electricidad puede consultarse Duffie et al. (1998) y Knittel y Roberts (2001). Duffie et al. (1998) mostraron como la aplicación de este tipo de modelos a las series de precios tiene sus limitaciones, ya que los resultados de la estimación suelen dar procesos de volatilidad integrada, lo cual no es un resultado muy deseado. Una de las razones por la que se obtienen estimaciones con volatilidad explosiva es la presencia de “outliers” (ó saltos) en los datos, que sesgan la estimación del proceso GARCH. El sesgo en los coeficientes del modelo GARCH debido a la presencia de saltos también ha sido obtenido en potro tipo de aplicaciones financieras, por ejemplo la aplicación de procesos de difusión con saltos para tipos de cambios de monedas dentro del SME, Neely (1999). Otros trabajos, que analizan el efecto de los “outliers” (“saltos”) en modelos GARCH son las aplicaciones a rentabilidades de



acciones de Carnero, Peña y Ruiz (2001), Hotta y Tsay (1998) y Verhoeven y McAleer (2000). Nuestros resultados muestran que se pueden mejorar los modelos de difusión con saltos y los modelos GARCH si se trabaja con un modelo que simultáneamente captura ambas características. Mostramos como ambos modelos son complementarios en vez de sustitutivos. Es importante remarcar que una vez permitimos la presencia de saltos en modelos GARCH obtenemos que el proceso estimado de volatilidad es estacionario. Por otro lado, permitiendo comportamiento GARCH en el proceso de difusión con salto encontramos que la probabilidad de observar un salto es menor, ya que parte de los saltos más pequeños que eran capturados previamente por el modelo de saltos puro (con volatilidad constante) son capturados ahora por el componente GARCH.

Además, permitimos que la intensidad del proceso de Poisson que gobierna la ocurrencia de los saltos sea no constante. Hemos comentado anteriormente, que las características tecnológicas de los mercados de electricidad, como costes marginales crecientes en la curva de oferta, aumentan la probabilidad de observar mayores saltos cuando la demanda es alta (mayor tasa de utilización de la capacidad), ver por ejemplo Birnbaum y otros (2002). No obstante, también podemos observar saltos en los precios de la electricidad cuando la demanda no es muy alta. Esto puede deberse a problemas de transmisión o a problemas en ciertas plantas de generación. En esas situaciones, la disminución (movimiento hacia la derecha) de la oferta y no el aumento de la demanda, es la fuente que genera los saltos en los precios de la electricidad. Por motivos ilustrativos y por limitaciones en los datos, hemos decidido modelizar la especificación para la intensidad del salto mediante “dummies” estacionales. Estas “dummies” actúan de “proxy” para la variable demanda que es una de las principales fuentes de saltos.

Queremos remarcar nuevamente la flexibilidad de nuestro modelo al permitir modelizar simultáneamente el proceso de intensidad del salto y la volatilidad (GARCH).

### **2.3. ESPECIFICACIÓN DEL MODELO Y ESTIMACIÓN**

Hemos visto en la sección previa que un modelo razonable para la modelización de los precios de la electricidad debería tener en cuenta la existencia de estacionalidad determinista, la posibilidad de reversión a la media, saltos y volatilidad estocástica. Por tanto, proponemos un modelo que simultáneamente incorpore estos elementos de una forma flexible. En particular, nuestro modelo más general tiene en cuenta la posibilidad de estacionalidad (determinista), volatilidad (componente GARCH) y saltos (con la posibilidad de intensidad dependiente del tiempo). Además, podemos analizar la importancia relativa de cada uno de estos elementos mediante la estimación de seis modelos diferentes (anidados) para cada uno de los mercados analizados.

Presentamos el modelo en tiempo continuo y en tiempo discreto. Dado que este artículo se centra en el análisis del proceso generador de datos de los precios de equilibrio de la electricidad, trabajamos con una versión en tiempo discreto del modelo. Pero, dado que la mayor parte de los análisis en economía financiera (por ejemplo valoración y cobertura) se realizan con modelos en tiempo continuo, primero mostramos la versión de nuestro modelo en tiempo continuo.



El modelo en tiempo continuo es<sup>1</sup>:

$$P_t = f(t) + X_t \quad (1)$$

$$dX_t = -\kappa X_t dt + v_t^{1/2} dZ + J(\mu_J, \sigma_J) d\Pi(\lambda_t) \quad (2)$$

$$dv_t = k_v(\theta_v - v_t)dt + v_t^{1/2} \sigma dZ_v \quad (3)$$

donde  $P_t$  es el precio de equilibrio de la electricidad,  $f(t)$  es una función determinista estacional que captura la estacionalidad observada en los precios de la electricidad (capturada mediante “dummies” mensuales ó funciones sinusoidales),  $dZ$  y  $dZ_v$  son procesos independientes de Wiener,  $d\Pi(\lambda_t)$  es un proceso de Poisson con intensidad no constante  $\lambda_t$ , y  $J(\mu_J, \sigma_J)$  es una variable aleatoria distribuida como una Normal con media  $\mu_J$  y desviación estándar  $\sigma_J$ .  $v_t$  captura la evolución de la volatilidad estocástica. Suponemos que el proceso de Wiener, el proceso de Poisson y el tamaño del salto son procesos mutuamente independientes.

Modelos en tiempo continuo son la base de análisis de un amplio abanico de problemas en finanzas, aunque usualmente son difíciles de estimar. Los métodos de estimación para modelos en tiempo continuo son computacionalmente intensivos en la práctica y son especialmente difíciles de estimar en el contexto de procesos con intensidad dependiente en el tiempo. Una solución es la discretización (por ejemplo mediante la aproximación de Euler). Es bien sabido que la discretización de ecuaciones diferenciales estocásticas introduce un sesgo de estimación. Sin embargo, el sesgo es menor cuanto

---

<sup>1</sup> Nótese que estamos analizando *precios* de equilibrio de electricidad. Los datos que analizamos son precios medios diarios. Hemos decidido no tomar logaritmos dado que esta transformación tiende a eliminar la *asimetría* a la derecha y los “outliers”. En nuestro caso asimetría y “outliers” son explícitamente modelizados con parte importante de fuentes de incertidumbre.

menor es el intervalo de las observaciones. Con datos diarios el sesgo es negligible (ver por ejemplo, Bergstrom 1988, Melino 1994 y Das 2001).

El objetivo de este artículo es discernir entre los posibles componentes que están presentes en las series de precio de la electricidad y por tanto, hemos decidido trabajar con una versión en tiempo discreto del modelo (1)-(3) por dos razones: a) el sesgo de estimación con datos diarios es negligible y b) tenemos una mayor flexibilidad con los modelos en tiempo discreto. El modelo general en tiempo discreto que hemos estimado es:

$$P_t = f(t) + X_t \quad (4)$$

$$X_t = \begin{cases} \phi \cdot X_{t-1} + h_t^{1/2} \varepsilon_{1t}; & \text{prob. } 1 - \lambda_t \\ \phi \cdot X_{t-1} + h_t^{1/2} \varepsilon_{1t} + \mu_J + \sigma_J \cdot \varepsilon_{2t}; & \text{prob. } \lambda_t \end{cases} \quad (5)$$

$$h_t = \omega + \alpha \cdot \varepsilon_{1t-1}^2 + \beta \cdot h_{t-1} \quad (6)$$

$$\lambda_t = L1 \cdot \text{otoño}_t + L2 \cdot \text{invier}_t + L3 \cdot \text{primav}_t + L4 \cdot \text{verano}_t \quad (7)$$

donde  $\varepsilon_{1t}$  y  $\varepsilon_{2t} \sim i.i.d. N(0,1)$ . El parámetro  $\phi$  describe el grado de reversión a la media, si  $|\phi| < 1$ , entonces  $P_t$  revierte hacia su media (no constante). El parámetro  $\phi$  en (5) se corresponde con  $(1-\kappa)$  en (2), por tanto una baja reversión a la media, bajo  $\kappa$ , es equivalente a  $\phi \approx 1$ . Los parámetros (no negativos)  $\omega$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  caracterizan la dinámica de la volatilidad que sigue un modelo GARCH(1,1) ( $\omega > 0$ ;  $\alpha, \beta \geq 0$ ). Las restricciones de no-negatividad son necesarias para garantizar que la varianza condicional sea positiva, por otro lado  $\omega$  debe ser positivo para que el proceso no degenera. Si  $\alpha + \beta < 1$ , la

varianza revierte a su media incondicional  $\sigma^2 = \omega / (1 - \alpha - \beta)$ . La ecuación (7) modeliza la intensidad la intensidad no constante del proceso para los saltos mediante cuatro “dummies”;  $invier_t$  es una variable “dummy” que toma el valor 1 si la observación es en Diciembre, Enero o Febrero y cero en el resto de meses;  $otoño_t$  toma el valor 1 si la observación es en los meses de Septiembre, Octubre o Noviembre y cero en el resto de meses;  $primav_t$  toma el valor 1 si la observación es en los meses de Marzo, Abril o Mayo y cero en el resto de meses, y finalmente  $verano_t$  toma el valor 1 si la observación es en Junio, Julio o Agosto y cero en el resto.

La estacionalidad determinista puede especificarse mediante “dummies” mensuales ó mediante funciones sinusoidales. No obstante, por razones de espacio y lectura repetitiva, los comentarios sobre los resultados se centrarán en las versiones con la especificación sinusoidal, dado que los resultados son muy similares en ambos casos. En el apéndice presentamos las Tablas con los resultados para las dos especificaciones para la función estacional. En particular la especificación sinusoidal viene dada por la siguiente expresión:

$$f(t) = B0 + B2 \cdot t + C1 \cdot \sin(t + C2) \cdot (2\pi/365)) + C3 \cdot \sin((t + C4) \cdot (4\pi/365)) + D1 \cdot lab_t \quad (8a)$$

donde  $lab_t$  es una variable “dummy” que toma el valor 1 si la observación cae en un día entre semana y cero en el resto (fin de semana). Con esta formulación general para la función sinusoidal permitimos que hayan dos ciclos por año (dos máximos locales por año). En el caso de que exista un único máximo anual deberíamos obtener  $C3 = C4 = 0$ . En el caso de la especificación con “dummies” mensuales la expresión es:

$$f(t) = B0 + B2 \cdot t + \sum_{i=2}^{11} M_i \cdot D_i^M + D1 \cdot lab_t \quad (8b)$$

Donde  $D_i^M$  es una variable “dummy” que toma el valor 1 si la observación corresponde al mes  $i$ -ésimo y 0 en el resto.

Mediante la comparación de las diferentes versiones restringidas del modelo (4)-(8), seremos capaces de comprobar qué modelo explica mejor la evolución de las series de precios. Dado que el modelo propuesto es bastante flexible, deberíamos ser capaces de explicar la evolución de las series de precios aunque tengan características diferentes, es decir, mayor ó menor grado de curtosis, ó con mayor ó menor importancia relativa de saltos, etc...

La modelización simultánea del componente GARCH y de los saltos en los mercados eléctricos es una extensión importante. La cuestión de si es un proceso con saltos, ó un proceso con volatilidad estocástica el que describe mejor la serie de precios con un nivel de curtosis dado, ha producido un debate vivo en la modelización de series financieras (Das y Sundaram 1997, Das 2001). El intervalo de las observaciones también tiene su importancia a la hora de decidir qué tipo de proceso es más importante. Ver por ejemplo la discusión del test estadístico propuesto por Das (2001) a la hora de decidir entre volatilidad estocástica y saltos. Nuestros resultados muestran que ambas fuentes de incertidumbre son complementarias, en vez de sustitutivas, aunque la contribución relativa de cada una de ellas será diferente en cada mercado.

El conjunto de parámetros  $\Theta = \{f(t), \phi, \sigma^2, \omega, \alpha, \beta, \mu_J, \sigma_J, \lambda_t\}$  es estimado mediante Máxima Verosimilitud (ML). La estimación de  $\Theta$  implica la siguiente maximización:

$$Max_{\Theta} \sum_{t=1}^T (\log(f[p_t|p_{t-1}])) \quad (9)$$

Dependiendo de la especificación particular que se considere, algunos parámetros de la ecuación (10) se igualarán a cero. Las probabilidades de transición para el proceso vienen dadas por :

$$f[p_t|p_{t-1}] = \lambda_t \cdot \exp\left[\frac{-(p_t - f(t) - \phi \cdot p_{t-1} - \mu_J)^2}{2(h_t + \sigma_J^2)}\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi(h_t + \sigma_J^2)}} + (1 - \lambda_t) \cdot \exp\left[\frac{-(p_t - f(t) - \phi \cdot p_{t-1})^2}{2h_t}\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi h_t}} \quad (10)$$

La ecuación (10) aproxima la densidad Poisson-Gaussiana mediante una mixtura de distribuciones Gaussianas. Otro tipo de especificación para modelos Poisson-Gaussianos podrían haberse considerados tal y cómo se ha hecho en otros trabajos en el contexto de tipos de cambio y tipos de interés. No obstante, la evidencia previa de otros trabajos muestra que mediante la aproximación con mixturas se obtienen resultados similares y es más sencillo de estimar. Para algunas aplicaciones a tipos de cambio, ver Vlaar y Palm (1993), Nieuwland, Verschoor y Wolf (1994) y Neely (1999) y Das (2001) para tipos de interés.

Para poder comparar los diferentes modelos para las series de precios de electricidad hemos estimado seis modelos anidados para cada una de las series que componen nuestro conjunto de datos internacionales. Por razones de exposición, hemos incluido toda la formulación explícita de cada uno de los modelos en el Apéndice B. Los seis modelos estimados son: un modelo Gaussiano puro con varianza constante y sin saltos (Modelo 1); un modelo GARCH(1,1)-Gaussiano sin saltos (Modelo 2), un modelo

Poisson-Gaussiano con varianza constante (Modelo 3), un modelo Poisson-Gaussiano con intensidad de saltos no constante (Modelo 3b), un modelo GARCH(1,1)-Poisson-Gaussiano con intensidad constante (Modelo 4) y el modelo más general es un GARCH(1,1)-Poisson-Gaussiano con intensidad de saltos no constante (Modelo 4b). Los modelos se han estimado mediante Máxima Verosimilitud usando RATS 2.5. Las estimaciones se obtuvieron mediante el algoritmo de Berndt, Hall, Hall y Hausman (BHHH) (1974). Los resultados son robustos a diferentes valores iniciales.

## 2.4. DATOS Y ANÁLISIS DESCRIPTIVO

### 2.4.1 Datos

Los mercados eléctricos analizados en este artículo son: NordPool (Escandinavia), Argentina, Australia (Victoria), Nueva Zelanda (Hayward), PJM y España. Hemos trabajado con medias diarias de precios “spot” de electricidad (horas pico, “on-peak”, y horas valle, “off-peak”), por tanto tenemos un dato por día. Todas las series están expresadas en la moneda local. Los datos se han obtenido directamente de cada mercado. El período muestral disponible para cada mercado es diferente<sup>2</sup>.

### 2.4.2 Estadísticos descriptivos.

En el apéndice 2.A, la Tabla 1 presenta los estadísticos descriptivos para cada una de las seis series. Podemos observar que las series de precios son bastante volátiles, tienen asimetría positiva y alta curtosis. Podemos observar que aunque todas las series tienen estas características existen diferencias entre las series. Como fue apuntado por

---

<sup>2</sup> Los modelos que dieron mejor resultados fueron re-estimados durante períodos comunes y resultados similares fueron obtenidos. Por razones de consistencia y eficiencia aportamos los resultados obtenidos a partir de la muestra de tamaño mayor en cada uno de los mercados.

Wolak (1997), el mix de generación (curva de oferta ó “supply stack”) de cada mercado se trasladará al comportamiento observado de las series de precios. En particular, en Argentina y en Australia la electricidad es generada primordialmente por combustible fósil, mientras que en Nueva Zelanda y NordPool la electricidad es generada primordialmente mediante tecnología hidroeléctrica. Por tanto, tal y como vemos en la Tabla 1, los precios en NordPool y en Nueva Zelanda son menos volátiles que en Australia, Argentina y PJM. De hecho podemos observar por los gráficos de Australia, Argentina y PJM que los precios de equilibrio tienen saltos (“spikes”) importantes.

Wolak (1997) también apuntó el efecto de la regulación y de la microestructura del mercado puede tener en los precios observados. Estos efectos son cruciales para entender el comportamiento de los precios en España, ver Federico y Whitmore (1999) y Fabra y Toro (2001). Las diferencias entre mercados deberían, y de hecho así ocurre, trasladarse a los resultados estimados. Por ejemplo, tal y como hemos comentado previamente, aquellas series con mayores coeficientes de curtosis, tienden a tener en el modelo GARCH(1,1) una persistencia estimada mayor. Como dijimos anteriormente, los modelos GARCH usualmente tienden a introducir una persistencia mayor para poder generar un mayor nivel de curtosis. Por otro lado, el grado de asimetría se trasladará a la media estimada del salto. Puede mostrarse que el modelo de mixtura genera mayor asimetría cuanto mayor sea el tamaño medio del salto.

A partir de los estadísticos resumen de la Tabla 1 y de los gráficos de la series de precios podemos observar que el comportamiento de las series de precios son diferentes en cada uno de los mercados. Este hecho corrobora el alto grado de “regionalidad” de los mercados de electricidad liberalizados. La existencia de diferencias entre mercados (debido por ejemplo, a diferencias en el tipo de generación, proporción de electricidad

generada mediante recursos hídricos, carbón, gas o plantas nucleares) corrobora la idea de que deberíamos analizar el comportamiento de cada mercado con un modelo general y flexible, dejando que los datos determinen qué características son más relevantes en cada uno de los mercados.

## 2.5. RESULTADOS

En esta sección comentamos los resultados empíricos obtenidos más importantes, ver Apéndice 2.B (Tablas B.1 a B.6). Para cada uno de los seis mercados analizados (por tanto para cada una de las series de precios medios diarios) hemos estimado seis modelos, de forma que podemos analizar la importancia relativa de cada una de las cuatro características temporales de los precios de electricidad: estacionalidad, reversión a la media, volatilidad no constante (GARCH) y saltos.

La elección entre las dos formas alternativas de modelizar la *estacionalidad* de los precios de electricidad, “dummies” mensuales ó funciones sinusoidales, es menos relevante cuanto más regular sea el patrón estacional. Variables “dummies” son más sensibles a la presencia de saltos y en principio podrían aportar más flexibilidad a la hora de modelizar la estacionalidad. No obstante, dado que los resultados empíricos son muy similares con ambos procedimientos, sólo reportamos los resultados obtenidos con la función sinusoidal.

La *reversión a la media* de las series de precios de electricidad aparece claramente en los gráficos, ver gráficos 1 a 6, ó a partir de las estimaciones de los modelos (ver Apéndice 2.B). En todos los modelos estimados, el coeficiente autoregresivo  $\phi$  es positivo y menor a 1. Únicamente en el NordPool el coeficiente estimado es cercano a



1, indicando una reversión a la media lenta. Por ejemplo en el Modelo 1 en la Tabla B.1, obtenemos  $\phi = 0.93$

El bajo grado de reversión a la media observada en el NordPool puede explicarse por el hecho de que en el mercado escandinavo la electricidad es generada principalmente mediante recursos hídricos. Reservas hídricas juegan el papel de almacenaje indirecto de electricidad, por tanto en ese tipos de mercados podría esperarse una mayor sustitución intertemporal entre inputs, con respecto a mercados donde una proporción menor de electricidad es generada con recursos hidráulicos. En mercados sin sustitución intertemporal observaríamos un grado mayor de reversión a la media dado que los generadores no pueden suavizar los “shocks”, y el grado de reversión a la media de los precios es gobernada por la reversión a la media de la demanda ó de la temperatura. Por el contrario, en Nueva Zelanda la electricidad se genera también mediante recursos hidrológicos y tiene un grado mayor de reversión a la media. Wolak (1997) apunta el hecho de que en los mercados dominados por recursos hidráulicos, los precios medios son menos estables. La inestabilidad de los precios medios se ve claramente en el caso del NordPool. Por ejemplo, el hecho de que el año 1996 fuera un año seco, hizo que el precio medio durante ése año fuera mucho mayor, ver Lucía y Schwartz (2002).

Este tipo de inestabilidad del clima reduce el grado de reversión a la media estimado, generando un comportamiento en los precios que se aproxima a un proceso con raíz unitaria y errores heterocedásticos. Comparando el coeficiente autoregresivo estimado ( $\phi$ ) del modelo 1 con los estimados a partir de los modelos 2 a 4, tenemos evidencia directa acerca del efecto de los saltos y del GARCH en la hipótesis de raíz unitaria. En particular, en el caso del NordPool cuando incluimos GARCH y saltos en el modelo, comprobamos claramente que la reversión a la media aparece de forma más clara

reduciendo el valor de  $\phi$  de 0.93 a 0.8. En la Sección 6 presentamos un test formal de raíz unitaria versus la alternativa de reversión a la media.

Las estadísticas descriptivas del Apéndice A y los gráficos de las series de precios, Gráfico 1 a 6, proveen evidencia sobre la volatilidad de la serie de precios y en particular la volatilidad no constante y el agrupamiento de la volatilidad. Una causa conocida de la leptocurtosis en la distribución incondicional es la presencia de heteroscedasticidad condicional, y por tanto, se apoya la hipótesis de que el modelo varianza constante es demasiado restrictivo. Como era de esperar, estimando el Modelo 2 (que incorpora el componente GARCH(1,1)) obtenemos una mejora en los resultados con respecto a los resultados del modelo con varianza constante del Modelo 1, en todas las seis series de precios analizadas. Un aspecto importante, observado en la mayoría de los mercados internacionales analizados, es que los parámetros estimados del modelo GARCH (1,1) implican que el proceso estimado de la volatilidad es explosivo, es decir  $\alpha + \beta > 1$ , Bollerslev (1986). Un resultado común de los modelos GARCH es que tienden a imputar un alto grado de persistencia (cuantificado por  $\alpha + \beta$ ) en la volatilidad condicional, generando un proceso para la varianza condicional que no es estacionario en covarianza. Además, dado que la predicción de la varianza condicional  $j$ -períodos adelante viene dada por:

$$E(h_{t+j}) = \sigma^2 + (\alpha + \beta)^j (h_t - \sigma^2), \text{ for } j \geq 1 \quad (11)$$

cuando  $\alpha + \beta = 1$ , los “shocks” en la varianza condicional se acumulan y por tanto son altamente persistentes, en el sentido de que  $E(h_{t+j}|h_t) \rightarrow \infty$  cuando  $j \rightarrow \infty$ , ver Nelson

(1990), y cuando  $\alpha + \beta > 1$ , la predicción de la volatilidad es explosiva. Está claro que la predicción de la volatilidad explosiva que caracteriza a los mercados eléctricos no es un resultado deseado, dado que las predicciones del modelo pierden significado, y crean dificultades a la hora de realizar análisis de gestión de riesgo basado en los precios de los mercados eléctricos.

En particular, este resultado empírico se ha obtenido en los mercados eléctricos de Argentina, Australia y PJM, donde el proceso GARCH estimado supone que  $\alpha + \beta > 1$ . Este resultado podría haberse anticipado dado que existe un alto grado de curtosis en los precios de electricidad. La estrecha relación entre el grado de curtosis generado por el proceso GARCH(1,1) y el valor de  $\alpha + \beta$  es conocido, ver por ejemplo Carnero y otros (2002). En el proceso GARCH(1,1) la medida de persistencia de los “shocks” en volatilidad también viene dado por la suma de los coeficientes de  $\alpha$  y  $\beta$ . El alto grado de persistencia en las aplicaciones empíricas podrían deberse a la existencia del proceso GARCH(1,1) con un alto grado de curtosis, lo que fuerza a que la suma de los coeficientes del proceso GARCH sea cercano a 1.

Dos factores han sido apuntados para explicar la alta persistencia del proceso GARCH estimado: la existencia de “outliers” (Carnero y otros, 2001; Hotta y Tsay, 1998; Verhoeven y McAleer, 2000) ó la existencia de *cambios de nivel* en el proceso de *varianza* (Lamoreaux y Lastrapes, 1993).

En nuestro caso, el principal factor es la existencia de importantes saltos (“spikes”) en las series de precios de los mercados eléctricos que pueden afectar los parámetros estimados del proceso de volatilidad. Observar por ejemplo, que el valor del parámetro estimado  $\alpha$  en el Modelo 2 es siempre mayor que el valor estimado bajo el Modelo 4 que permite ambos GARCH(1,1) y saltos. Esta diferencia es si cabe mayor en los casos

de Argentina, Australia y PJM. Nótese que el parámetro  $\alpha$  puede aumentar debido a la existencia de períodos ocasionales de alta volatilidad y baja persistencia. Tal y cómo se puede ver en los Gráficos 1 a 6, en las series de precios de Argentina, Australia y PJM aparecen fuertes incrementos de precios que permanecen durante períodos cortos de tiempo (unos pocos días).

Otra especificación alternativa, al movernos del modelo simple de varianza constante es permitir la existencia de saltos, ver Modelo 3 en el Apéndice B. Obsérvese que en las seis series de precios hay una mejora en los resultados cuando nos movemos del Modelo 1 al Modelo 3. Los parámetros correspondientes al proceso de salto ( $\lambda$ ,  $\mu_J$ ,  $\sigma_J$ ) son todos significativos en cada uno de los mercados. Únicamente en el caso de Nueva Zelanda,  $\mu_J$  no es estadísticamente diferente de cero, lo que implica que el tamaño del salto MEDIO es cercano a cero. No obstante, esto no implica que el proceso de salto no sea importante para entender el comportamiento de la serie de precios. Podemos comprobar la mejora de la introducción de saltos mediante el valor de la función de verosimilitud (criterio de Schwarz) ó mediante un test de Ratio de Verosimilitud (resultados en la Tabla B.7 del Apéndice 2.B).

Por otro lado, también hemos estimado el Modelo 3b, para tener en cuenta que la probabilidad de observar un salto no sea constante a lo largo del año. En particular en el Modelo 3b,  $\lambda$  es función de “dummies” estacionales (una por estación), véase Apéndice 2.B para la parametrización utilizada.

Nuestros resultados confirman la intuición de que la probabilidad de observar saltos no es constante. Una implicación de este resultado es que deberíamos esperar en los precios de contratos de futuros que la prima de riesgo variara en el tiempo. Una línea de investigación futura sería analizar qué variables, por ejemplo, demanda, reservas

hidráulicas, etc... deberían ser incluidas explícitamente en el modelo para identificar los fundamentos que subyacen detrás de los saltos observados en las series de precios. Otra línea interesante sería analizar como los mercados de futuros valoran el riesgo de saltos. Mediante comparaciones de los valores de la función de verosimilitud entre modelos anidados, basados en el Test de Ratio de Verosimilitudes, ver Tabla 7 en el Apéndice 2.B, podemos concluir que el con modelo que incluye volatilidad no constante (GARCH) y saltos obtenemos unos resultados mejores que con: el modelo de volatilidad constante (Modelo 1), el modelo GARCH (Modelo 2), el modelo puro con saltos y volatilidad constante (Modelo 3 y Modelo 3b) en todos los mercados excepto en el mercado español. (La modelización de Fabra y Toro (2001) para el mercado español, basada en modelos oligopolísticos, muestra como las características del mercado junto con las reglas concretas existentes para remunerar a los generadores por los Costes de Transición a la Competencia (CTC), hacen que el mercado español tenga un comportamiento algo diferente).

Por tanto, concluimos que ambas fuentes de incertidumbre, volatilidad estocástica y saltos, son necesarias para explicar el agrupamiento de volatilidad, la asimetría y el exceso de curtosis observada en la mayoría de los mercados eléctricos.

Comprobamos la interacción de estas dos fuentes de incertidumbre (GARCH y saltos) analizando los resultados del Modelo 4. En el caso de NordPool, Australia y Nueva Zelanda, el modelo 4 es con el que se obtiene los mejores resultados. En todos los mercados excepto el español, podemos observar que el proceso GARCH es estacionario en el Modelo 4 y que la probabilidad estimada de observar un salto, es decir la estimación del parámetro  $\lambda$ , es menor que el que se obtiene con el Modelo 3. Interpretamos este resultado como un argumento más a favor de incorporar ambas

fuentes de incertidumbre. Por tanto, saltos y procesos GARCH son complementarios en ve de ser factores sustitutivos en un modelo para precios de electricidad.

Finalmente Modelo 4b permite que exista dependencia temporal en la intensidad del proceso de Poisson. En el caso de Argentina el modelo 4b es el que obtiene mejores resultados (bajo el criterio de Schwarz, SC). En el caso de Argentina (también ver el caso del mercado PJM) existe un patrón estacional claro, con una mayor probabilidad de observar un salto durante los meses de Junio, Julio y Agosto. En este caso los efectos del salto y la volatilidad aparecen de forma más clara. Podemos observar la importante disminución en el valor estimado de  $\alpha$  cuando permitimos la inclusión de saltos (ver también los resultados para los mercados de Victoria y PJM). También debe hacerse notar que cuando pasamos del Modelo 3 al Modelo 4, la intensidad del proceso de Poisson ( $\lambda$ ) disminuye (debido a que parte de los movimientos de las series de precios son capturados por el componente GARCH), aunque la disminución del salto medio estimado no es estadísticamente significativa.

El mercado español requiere un comentario especial. El resultado de este mercado apunta que el mejor modelo, es el Modelo 2. La estimación del Modelo 2 con datos españoles muestra que el proceso GARCH(1,1) estimado es estacionario. Cuando incluimos saltos y estimamos el Modelo 4 comprobamos cómo o bien el proceso de salto no es estadísticamente significativo (en el caso de que la estacionalidad sea modelizada mediante funciones sinusoidales) o bien obtenemos que el valor estimado del parámetro  $\omega$  no es estadísticamente significativo en el Modelo 4 (con estacionalidad modelizada mediante “dummies” mensuales). Creemos que una de las principales razones para obtener este comportamiento en el mercado español es el marco institucional. Principalmente, la forma en que los “Costes de Transición a la

Competencia” (CTC) son tratados en el mercado español, (ver entre otros el análisis de Federico y Whitmore (1999) y Fabra y Toro (2001) sobre la interacción de los incentivos de los diferentes participantes en el mercado español y sus consecuencias para la evolución del riesgo del precio de la energía). Básicamente, la cantidad recibida por los generadores en concepto de CTC depende negativamente del precio observado en el mercado mayorista. Si los precios están por encima de un nivel preestablecido y conocido, los generadores obtienen mayores beneficios de sus operaciones en el mercado mayorista pero reciben una cantidad menor de CTCs. Por tanto, existe un conflicto de intereses entre los generadores que dependen de las características particulares de cada empresa: cuota de mercado, expectativas sobre la probabilidad de cobrar CTCs, etc...que afectan al precio de equilibrio de una forma predecible.

Nuestros resultados empíricos sugieren que existe una mejora si pasamos del Modelo 2 ó el Modelo 3 al Modelo 4. Pasando del Modelo 2 al Modelo 4 además de existir una mejora en términos de resultados de la estimación también existe una mejora en la interpretación de los resultados, los parámetros estimados parecen más razonables. Por otro lado, cuando pasamos del Modelo 3 al Modelo 4 la estimación también mejora y observamos una clara interacción entre el proceso GARCH y los saltos, mediante una disminución en la intensidad estimada del proceso de Poisson. El efecto de incluir el proceso GARCH(1,1) parece claro en términos de la frecuencia estimada de saltos, mientras que el efecto en el tamaño medio estimado del salto no es tan claro. Creemos que existen dos razones para este resultado ambiguo. La primera es que dado que utilizamos datos medios diarios, y a pesar de incluir una variable “dummy” que captura el efecto fin de semana (menor demanda) no estamos capturando aquellos días festivos que ocurren entre semana, y algunos fines de semana con demanda menor que la media.

Probablemente en esos días podemos observar saltos “negativos”, que afectan la estimación de  $\mu_J$ , dado que al introducir el proceso GARCH acabamos obteniendo saltos positivos y negativos. Claramente, no estamos interesados en los saltos negativos ya que son predecibles. La otra razón es que los resultados no son tan claros en aquellos mercados donde los saltos son relativamente menos importantes, y el comportamiento capturado por el proceso GARCH es más importante para entender la incertidumbre en ese mercado.

Más trabajo sería necesario en esa dirección, aumentando el número de series analizadas, utilizando datos de precios de horas pico y / ó usar una especificación alternativa para  $\mu_J$  (quizás introducir dependencia temporal en el tamaño medio del salto, esta alternativa sería muy sencilla de incorporar en nuestro modelo).

Aunque estadísticamente hablando no hay una mejoría sustancial cuando incorporamos intensidad dependiente del tiempo, esta es una posibilidad interesante si queremos entender otros aspectos importantes de estos mercados. Por ejemplo, el hecho de que exista dependencia temporal en el proceso de intensidad puede afectar el comportamiento de la prima de riesgo, y la estructura temporal de las curvas “forward”. Estas cuestiones serán analizadas más adelante.

## 2.6. TESTS DE RAÍCES UNITARIAS

Los test tradicionales de raíces unitarias, cómo Dickey-Fuller (1979), tienen potencia contra la mayoría de las alternativas de reversión a la media si los errores son homocedásticos y no existen saltos en los datos (estacionariedad). Pindyck (1999) analiza el tema de los test de raíces unitarias en el contexto de mercancías energéticas (petróleo, gas, carbón). Debido, en parte, a que Pindyck (1999) se centra en la evolución



de largo plazo de los precios energéticos no tiene en cuenta la posibilidad de saltos ó de volatilidad no constante en los test de raíces unitarias.

No obstante, tal y cómo hemos comprobado en la sección anterior, esas condiciones de estacionariedad no se satisfacen en el caso de los precios de equilibrio en mercados eléctricos. Nos proponemos generalizar métodos recientes potentes propuestos en la literatura econométrica que de forma independiente tienen en cuenta los efectos de heterocedasticidad- errores GARCH(1,1), ver Boswijk (2000), y “outliers” cuando analizamos la posible presencia de raíces unitarias, ver Arranz, Escribano y Mármol (2000).

A partir de nuestro análisis empírico hemos concluido que el *modelo más apropiado* para modelizar los precios eléctricos de equilibrio ( $P_t$ ) es un modelo flexible (Modelo 4b en el Apéndice B) con estacionalidad determinista, componente autoregresivo (AR(1)) y errores GARCH(1,1) y con saltos con intensidad del proceso de Poisson con dependencia temporal. Esto es,

$$P_t = f(t) + X_t \quad (12)$$

dónde  $f(t)$  ha sido definido en la ecuación (8) y el término estocástico  $X_t$  es generado por un proceso AR(1) con errores heterocedásticos y “outliers” aditivos

$$X_t = \phi \cdot X_{t-1} + \eta_t \quad (13)$$

donde los errores  $\eta_t$  siguen un proceso GARCH(1,1) con saltos con intensidad dependiente en el tiempo y generados por un proceso de Poisson.

Esto es,

$$\eta_t = \begin{cases} h_t^{1/2} \varepsilon_{1t}; & \text{with prob. } 1 - \lambda_t \\ h_t^{1/2} \varepsilon_{1t} + \mu_J + \sigma_J \cdot \varepsilon_{2t}; & \text{with prob. } \lambda_t \end{cases} \quad (14)$$

$$h_t = \omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1} + \beta \cdot h_{t-1} \quad (15)$$

$$\lambda_t = L1 \cdot \text{otoño}_t + L2 \cdot \text{invier}_t + L3 \cdot \text{primav}_t + L4 \cdot \text{verano}_t \quad (16)$$

donde  $\varepsilon_{1t}$ ,  $\varepsilon_{2t}$  y  $\varepsilon_t \sim i.i.d. N(0,1)$  son mutuamente independientes. El objetivo es analizar la hipótesis nula de raíz unitaria,  $H_0: \phi = 1$ , contra la hipótesis alternativa de reversión a la media,  $H_1: \phi < 1$ .

### 2.6.1 Test estándar de raíz unitaria, Dickey y Fuller (1979)

El procedimiento más común para analizar la hipótesis de raíz unitaria, es la utilización de test del tipo propuesto por Dickey-Fuller(DF) ó su versión aumentada, Dickey-Fuller aumentado (ADF). Este tipo de test se utiliza en el contexto de errores (término  $\varepsilon_t$  en la ecuación (17)), independientes, Gaussianos y homocedásticos. Para facilitar comparaciones, reportamos los resultados del test ADF (“benchmark”) bajo la nula de raíz unitaria,  $H_0: (\phi - 1) = 0$ , contra la alternativa de reversión a la media  $H_1: (\phi - 1) < 0$ . El test ADF está basado en el ratio- $t$  de  $(\phi - 1)$  en la siguiente ecuación de regresión,

$$\Delta X_t = c + (\phi - 1) \cdot X_{t-1} + \sum_{j=1}^r \phi_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t \tag{17}$$

El número máximo de retardos ( $r$ ) difiere en cada una de las series de precios de cada mercado individual ( $X_t$ ) y se determina de forma empírica de forma que los residuos ( $\varepsilon_t$  estimados) no tengan correlación serial. La Tabla 6.1 incluye los resultados empíricos del test ADF para los seis mercados analizados (NP = NordPool, ARG = Argentina, VIC = Victoria, NZ = Nueva Zelanda, SP = España y PJM = Pennsylvania – New Jersey – Maryland) con el valor crítico aproximado (5%).

Tabla 6.1.: Tests de Raíz Unitaria (ADF)

Series	Test Estadístico ADF	Valor Crítico 5% (Valores Críticos McKinnon )
NP	-2,922	-2,863
ARG	-6,376	-2,863
VIC	-6,947	-2,863
NZ	-6,031	-2,864
SP	-4,686	-2,865
PJM	-4,077	-2,864

Los resultados de la Tabla 6.1, muestran que la hipótesis de raíz unitaria siempre es rechazada, a favor de la alternativa de reversión a la media, al nivel de significativo del 5%. El caso de rechazo “menos claro” ocurre en el mercado del NordPool, este resultado era de esperar a partir de los resultados empíricos presentados en la sección

previa. No obstante, en la aplicación de test de raíz unitaria para series de precios de mercados eléctricos, debemos tener en cuenta dos problemas adicionales que en principio pueden restar credibilidad a los resultados empíricos. Primero, la presencia de *volatilidad* (GARCH) y segundo, la existencia de “outliers” (saltos) en los datos. La mayoría de los procedimientos de para el análisis de raíces unitarias son sensibles a la ocurrencia de eventos anómalos (“outliers”, etc...) y también a la presencia de heterocedasticidad especialmente en el caso de volatilidad cuasi-integrada.

Seguidamente presentamos los resultados empíricos teniendo en cuenta cada uno de estos puntos de forma independiente y también sugerimos un nuevo procedimiento secuencial para el análisis de raíz unitaria cuando ambos problemas aparecen en las series de precios.

### 2.6.2. Test de raíz unitaria en presencia de errores GARCH(1,1): Boswijk (2001)

En aquellos casos en los que el término de error sigue un proceso GARCH, la estimación y el análisis de raíz unitaria conlleva problemas intrínsecos, Pantula (1989). Peters y Veloce (1988) y Kim y Schmidt (1993) proveen resultados a partir de simulaciones que muestran que los tests de Dickey-Fuller basados en estimadores de mínimo-cuadrados (MCO) son a menudo sensibles y, en el caso de que  $\alpha + \beta < 1$  pero cercano a 1, el problema puede ser muy importante. Ling et al. (2001) muestran mediante análisis de simulación que los tests basados en estimadores máximo-verosímiles (MV) se comportan mejor que los tests basados en estimadores por MCO. Boswijk (2000) considera tests de raíz unitarias cuando las innovaciones siguen un proceso GARCH cuasi-integrado. Tal y como hemos comprobado, al igual que en Duffie et al. (1998), los procesos GARCH cuasi-integrados son comunes en las series de

precios de mercados eléctricos. Los tests de raíces unitarias habituales se basan en el supuesto de volatilidad constante. Si las series son heterocedásticas, los estimadores MCO no son eficientes, y el test puede no ser capaz de detectar la presencia de (lenta) reversión a la media. Los resultados en Boswijk (2000) apuntan el aumento de la potencia del test de raíz unitaria (del tipo Ratio de Verosimilitudes) cuando el test tiene en cuenta la posibilidad de comportamiento GARCH(1,1). El aumento en la potencia del contraste es mayor cuando  $\alpha + \beta \approx 1$ , especialmente si  $\alpha$  es alto (alta variación en el corto plazo de la volatilidad), tal y como suele ocurrir en el caso de series de precios de electricidad.

Presentamos los resultados del test de raíz unitaria propuesto por Boswijk (2000). El test es un test de Ratio de Verosimilitudes basado en la siguiente especificación:

$$\begin{aligned}\Delta X_t &= (\phi - 1)(X_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t \cdot h_t^{1/2} \\ h_t &= \omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \cdot h_{t-1} \\ \eta_t &\sim i.i.d.N(0,1)\end{aligned}\tag{18}$$

El parámetro  $(\phi - 1)$  describe el grado de reversión a la media. La hipótesis nula es la hipótesis de raíz unitaria,  $H_0: (\phi - 1) = 0$ , que es analizada contra la hipótesis alternativa de reversión a la media,  $H_1: (\phi - 1) < 0$ .

El test estadístico de Ratio de Verosimilitudes para la hipótesis nula es

$$LR = -2 \cdot (l(\theta_R) - l(\theta_U))$$

donde  $\theta_R$  y  $\theta_U$  son los estimadores máximo-verosímiles restringidos y sin restringir, respectivamente. La distribución límite de LR bajo la hipótesis nula depende de un “nuisance parameter”. El “nuisance parameter” puede ser expresado (y por tanto

estimado) como una función de los parámetros GARCH. Sobre detalles de la distribución límite y el cálculo de los p-valores, ver Boswijk (2000) y Boswijk y Doornik (1999).

**Tabla 6.2. Test de Raíz Unitaria (Boswijk, 2000)**

Series	LR	p-value
NP	20,07	0,0033
ARG	192,4	0,00
VIC	65,71	0,00
NZ	135,08	0,00
SP	168,76	0,00
PJM	320,4	0,00

El análisis muestra claramente la no aceptación de la hipótesis de raíz unitaria en todos los mercados.

### 2.6.3. Test de Raíz Unitaria en Presencia de “Outliers”: Arranz, Escribano y Mármol (2000).

La presencia de “outliers” aditivos transitorios en las series de datos sesgan la inferencia de raíz unitaria hacia el rechazo de la hipótesis de raíz unitaria, ver por ejemplo Franses y Haldrup (1994). Usamos un procedimiento recientemente propuesto en la literatura para abordar esta posibilidad. Arranz et al. (2000) han propuesto el uso de un filtro no lineal (filtro de la mediana), previamente a analizar la existencia de raíces unitarias en series que tengan “outliers” aditivos. La metodología propuesta por Arranz

et al. (2000) consiste en aplicar el test de Dickey-Fuller a la series filtradas. Hemos seleccionado este procedimiento basándonos en tres argumentos: este procedimiento es robusto a la presencia de “outliers” aditivos, mejora los resultados de test de raíces unitarias tradicionales y es mucho más sencillo de aplicar que otros procedimientos basados en estimación robusta, ver por ejemplo Lucas (1995 a,b), Vogelsang (1999) y Ng y Perron (1998).

Presentamos los resultados obtenidos mediante el uso del test de raíz unitaria propuesto por Arranz et al. (2000). El test consiste en 2 pasos: *Primer paso*, filtrar los datos ( $X_t$ ) mediante el “filtro de la mediana”,

$$X_t^* = \text{median}(X_{t-k}, \dots, X_t, \dots, X_{t+k}) \quad (19)$$

Esto es,  $X_t^*$  es la serie  $X_t$  filtrada, donde el valor  $k$ , se ha fijado en  $k = 2$ , siguiendo los resultados de simulación de Arranz et al. (2000). En el *segundo paso*, aplicamos el test ADF basado en la siguiente ecuación de regresión,

$$\Delta X_t^* = c + (\phi - 1) \cdot X_{t-1}^* + \sum_{j=1}^r \phi_j \Delta X_{t-j}^* + \varepsilon_t \quad (20)$$

**Tabla 6.3. Test de Raíz Unitaria, Arranz et al. (2000)**

Series	Test Estadístico ADF	Valor Crítico 5% (valores críticos de McKinnon)
NP	-2,937	-2,863
ARG	-6,696	-2,863
VIC	-5,246	-2,863
NZ	-6,543	-2,864
SP	-4,883	-2,865
PJM	-6,788	-2,864

La Tabla 6.3 presenta los resultados ADF con el correspondiente valor crítico al 5%. Una vez más, se rechaza con el 95% de confianza la hipótesis de raíz unitaria contra la alternativa de reversión a la media en todas las series de precios de electricidad.

#### **2.6.4. Procedimientos de Análisis de Raíz Unitaria en Presencia de “outliers” y errores GARCH(1,1): un método basado en el “Bootstrap”.**

Una de las principales limitaciones de los test estadísticos recientes para el análisis de raíz unitaria es el hecho de que pueden tratar bien la presencia de GARCH ó alternativamente la presencia de saltos pero no pueden capturar ambos de forma simultánea. Nuestro objetivo en este apartado es proponer una nueva estrategia de análisis que capture simultáneamente la presencia de GARCH y saltos en un contexto de análisis de raíz unitaria.

Proponemos implementar este *procedimiento de análisis en dos pasos*:



*Primero*, aplicar el filtro de la mediana propuesto por Arranz et al. (2000) a las series originales ( $P_t$ ) sin componentes deterministas estacionales, es decir ( $X_t$ ) en la ecuación (12), y generar  $X_t^*$ .

*Segundo*, aplicar el test propuesto por Boswijk (2000) a las series transformadas  $X_t^*$ .

Dado que no conocemos la distribución límite, ni la distribución en muestras pequeñas del test LR de Boswijk cuando es aplicado a  $X_t^*$ , sugerimos implementar el test LR mediante técnicas de remuestreo “bootstrap”.

En particular, estamos permitiendo que las series de precios de equilibrio tengan volatilidad no constante (GARCH(1,1)) y “outliers” (aditivos), ver ecuaciones (12)-(16). Para capturar de forma simultánea ambas características sugerimos aplicar de forma secuencial los procedimientos propuestos por Arranz et al. (2000) y por Boswijk (2001). La idea consiste básicamente en utilizar un procedimiento potente para analizar la hipótesis de raíz unitaria en presencia de errores GARCH(1,1), tomando en cuenta también la posible existencia de “outliers” y estacionalidad. Para ello, aplicamos el filtro de la mediana a la serie “desestacionalizada” (pasos preliminares). Una vez hemos realizado estas correcciones aplicamos el test de raíz unitaria de Boswijk combinado con técnicas “bootstrap” para obtener valores críticos válidos.

Sea  $X_t^*$  la serie de precios de equilibrio sin estacionalidad y filtrada mediante el filtro de la mediana, ecuación (14) con  $k = 2$ . Estamos interesados en analizar la hipótesis nula de raíz unitaria en el siguiente modelo:

$$\begin{aligned}\Delta X_t^* &= c + (\phi - 1) \cdot X_{t-1}^* + \varepsilon_t \cdot h_t^{1/2} \\ h_t &= \omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \cdot h_{t-1}\end{aligned}\tag{21}$$

Es decir, queremos analizar la hipótesis nula  $H_0: (\phi - 1) = 0$  ante  $H_1: (\phi - 1) < 0$  mediante el test de Ratio de Verosimilitudes propuesto por Boswijk. Sean  $\{\hat{c}, \hat{\omega}, \hat{\alpha}, \hat{\beta}\}$  los parámetros estimados cuasi-máximo-verosímiles del modelo (16) bajo  $H_0$  y sea  $\varepsilon_t^*$  los residuos “bootstrap” generados a partir de los residuos cuasi-máximo-verosímiles. Para generar muestras “bootstrap” hemos usado el siguiente esquema bajo la hipótesis nula ( $H_0$ ):

$$\begin{aligned}\Delta Z_t^* &= \hat{c} + \varepsilon_t^* \cdot h_t^* \\ h_t^* &= \hat{\omega} + \hat{\alpha} \cdot \varepsilon_{t-1}^* + \hat{\beta} \cdot h_{t-1}^*\end{aligned}\tag{22}$$

Hemos realizado  $NB = 1000$  re-muestreos “bootstrap”. Para cada muestra hemos estimado el modelo bajo la nula y bajo la alternativa y hemos calculado el correspondiente estadístico LR. El valor crítico “bootstrap” se ha obtenido a partir de la distribución empírica de estos Ratios de Verosimilitud (tomando aquel valor que deja el 5% de las observaciones a su derecha).

En resumen, el nuevo *procedimiento secuencial para analizar la existencia de raíz unitaria* es:

*Paso 1:* Eliminar la estacionalidad. Definir  $X_t = P_t - f(t)$ , donde  $P_t$  es la serie de precios de equilibrio de la electricidad y  $f(t)$  es la función sinusoidal definida en (8) usando los valores de los parámetros estimados a partir del Modelo 4 (Tablas B.1 a B.6 del Apéndice B).

*Paso 2:* Aplicar el filtro de la mediana, ecuación (14), a  $X_t$ . Es decir, generamos:

$$X_t^* = \text{median}(X_{t-k}, \dots, X_t, \dots, X_{t+k}) \text{ para } k = 2.$$

*Paso 3:* Estimar el modelo (21) mediante QMV bajo la nula ( $H_0: (\phi - 1) = 0$ ) y bajo la alternativa ( $H_1: (\phi - 1) < 0$ ). Calcular y guardar el estadístico LR en cada caso. Definir este estadístico LR como  $LR_Z$

*Paso 4:* Los residuos QML obtenidos bajo la nula son usados para generar NB muestras bootstrap mediante el esquema propuesto anterior (22). Hemos fijado  $Nb = 1000$ .

*Paso 5:* A partir de las muestras “bootstrap” ( $Z_t^*$ ) obtenemos los estimadores QML “bootstrap” y los correspondientes valores de la log-verosimilitud, bajo la nula y bajo la alternativa, y almacenamos el estadístico  $LR_Z$

*Paso 6:* La hipótesis  $H_0: (\phi - 1) = 0$  se rechaza si  $LR_Z$  es mayor que el correspondiente valor crítico “bootstrap”, obtenido a partir del valor que define el 5% de la cola inferior de la distribución empírica.

**Tabla 6.4. Resultados Ratio Verosimilitudes (LR), valor crítico y p-valor.**

Series	Likelihood Ratio ( $LR_Z$ )	5% bootstrap critical value	p-value
NP	7,15	6,99	0,046
ARG	150,82	10,58	0,000
VIC	112,95	7,44	0,000
NZ	35,98	10,46	0,003
SP	28,96	10,64	0,004
PJM	248,25	25,41	0,000

Los resultados obtenidos a partir de los test de raíz unitaria propuesto, ver Tabla 6.4., permiten rechazar al 95% de confianza la hipótesis nula de raíz unitaria en todas las series. Además, a partir de los resultados de las estimaciones de la sección previa sabemos que el valor estimado del parámetro autoregresivo (AR(1)) para la serie de precios del NordPool es el mayor y es cercano a la raíz unitaria. A partir del procedimiento secuencial que hemos propuesto observamos que en el caso del NordPool la hipótesis de raíz unitaria puede rechazarse al 5% y que el p-valor del NordPool<sup>3</sup> es el de mayor tamaño. Dado que la menor potencia de los test de raíz unitaria aparece cuando las raíces son cercanas a la unidad, no debería sorprendernos este resultado.

En el caso de querer realizar un análisis de gestión del riesgo en mercados eléctricos y se debería considerar que los precios de NordPool tienen reversión a la media muy lenta. Para otro tipo de análisis, por ejemplo predicción, análisis de cointegración etc,... el error que el analista puede realizar imponiendo la existencia de raíz unitaria en el NordPool cuando en realidad existe lenta reversión a la media no debería ser importante e incluso podría ser de utilidad, ver por ejemplo el trabajo sobre cointegración en mercados eléctricos de De Vany y Walls (1999).

## 2.7. CONCLUSIONES Y POSIBLES EXTENSIONES

El proceso de desregulación del sector eléctrico ha introducido, entre otras cosas, incertidumbre en el precio. El principal objetivo de este artículo es el análisis de la incertidumbre en los precios de equilibrio en cada “pool” analizado, como resultado de la evolución de las intersecciones de demanda y oferta de electricidad. Hemos mostrado

---

<sup>3</sup> Para el caso del NordPool también hemos realizado el análisis “bootstrap” con 2000 réplicas. En este caso, el valor crítico era 6,67 y el p-valor era 0,039.

la alta volatilidad y la existencia de saltos en las series de precios de varios mercados internacionales. Hemos presentado un modelo general para la modelización de precios de electricidad en mercados desregulados que tiene en cuenta esos factores y provee evidencia empírica y intuición económica para la presencia de estos factores y la interacción entre ellos.

Los factores principales son: estacionalidad, reversión a la media, heterocedasticidad condicional y saltos. Hemos mostrado la flexibilidad de nuestro modelo que permite incorporar las principales características de las series de precio de electricidad para un conjunto de diferentes mercados. Hemos mostrado la adecuación de nuestro modelo para series de precios con diferentes grados de estacionalidad, diferentes grados de persistencia de “shocks” en la ecuación de la media, diferentes grados de intensidad de saltos (diferentes niveles de curtosis) y diferentes estructuras de mercado (mix tecnológico de generación).

También hemos realizado un análisis detallado de reversión a la media de los precios de la electricidad. Hemos utilizado un conjunto de análisis para la existencia de raíz unitaria que tienen en cuenta el efecto de la heterocedasticidad y los “outliers”. El nuevo procedimiento propuesto en este trabajo permite concluir que en los seis mercados analizados utilizando datos diarios; Argentina, Australia (Victoria), Nueva Zelanda (Hayward), NordPool, PJM y España, los *precios de equilibrio de la electricidad muestran reversión a la media*. Como era de esperar, el menor grado de reversión a la media es el observado en el NordPool, pero inclusive en este caso el grado de reversión a la media aumenta cuando tenemos en cuenta de forma simultánea la posibilidad de saltos y GARCH. Aunque el comportamiento GARCH(1,1) es un factor importante en

general, la inclusión de GARCH y saltos es necesario (excepto para el caso español) para obtener resultados convincentes.

Nuestra metodología empírica es suficientemente flexible como para incorporar otros posibles elementos. Por ejemplo, dada la estacionalidad observada en la demanda de electricidad y dada la convexidad de la función de oferta de electricidad, volatilidad estacional podría ser un aspecto interesante a considerar cuando se modelizan los precios de equilibrio de la electricidad. En nuestro caso hemos intentado capturar este comportamiento mediante un proceso de intensidad dependiente en el tiempo. No obstante, otras alternativas podrían ser tenidas en cuenta, como por ejemplo la introducción de especificaciones periódicas en el proceso GARCH(1,1) (Bollerslev y Ghysels, 1996). Podríamos también, incorporar algún tipo de comportamiento GARCH asimétrico, ver Knittel y Roberts (2001). La idea sería que la convexidad de la curva de oferta (“supply stack”) implicaría comportamiento asimétrico en la volatilidad de las series de precios contingente al signo del “shock”. Por ejemplo, Knittel y Roberts (2001) estiman un modelo EGARCH(1,1) (sin saltos) para la serie de precios de California encontrando un “efecto apalancamiento inverso” (“inverse leverage effect”). Por tanto, una extensión plausible podría ser incorporar EGARCH y saltos, para capturar el efecto volatilidad asimétrica en las estimaciones del salto. Otra extensión interesante sería introducir algunas variables explicativas en el proceso de salto, como demanda ó capacidad del sistema, que afectarían la probabilidad de observar un salto ( $\lambda$ ) ó el tamaño medio del salto ( $\mu_J$ ).

Una línea de investigación interesante sería el uso de las estimaciones del modelo para el análisis y la cuantificación de medidas de gestión de riesgo. Dado que estamos capturando simultáneamente dos fuentes de incertidumbre, saltos y volatilidad

estocástica, y dado que hemos observado un componente predecible en el proceso de saltos estimado, podríamos comparar estimaciones de Valor en Riesgo (“VaR”) a partir de nuestra especificación con aquellas derivadas de modelos más establecidos. En particular, podríamos comparar estimaciones de Valor en Riesgo mediante métodos “a la Riskmetrics”, que únicamente capturan la incertidumbre generada por el proceso GARCH, con nuestra modelización que permite también la existencia de saltos con intensidad no constante. Además, en el terreno de la valoración, dado que somos capaces de cuantificar el papel relativo de los saltos y de la volatilidad estocástica, podríamos analizar la posibilidad de evidencia en el tipo de primas de riesgo que son relevantes para la valoración de derivados en mercados eléctricos. Estas cuestiones van más allá de los objetivos de este artículo y son posibles líneas de investigación futura. En particular, en los dos próximos Capítulos se presentan dos modelos de valoración para contratos derivados.

## APÉNDICE 2.A: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA Y GRÁFICOS

La siguiente tabla presenta los estadísticos descriptivos par el conjunto de series diarias de precios de electricidad para los diferentes mercados analizados. Las estadísticas resumen que reportamos son para las series de precios en niveles, las unidades son las monedas locales de cada mercado.

Series analizadas y período muestral:

NordPool (NP): 1 Enero 1993 – 30 Noviembre 1999

Argentina (ARG): 1 Enero 1995 – 30 Septiembre 2000

Australia, Victoria (VIC): 1 Julio 1994 – 12 Diciembre 1999

Nueva Zelanda, (Hayward) (NZ): 1 Octubre 1996 – 31 Agosto 2000

España (SP): 1 Enero 1998 – 31 Diciembre 2000

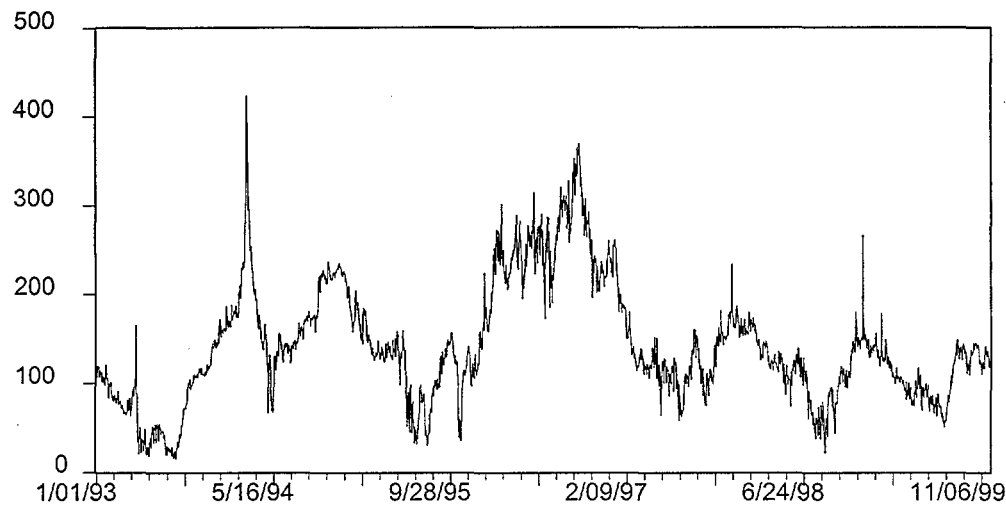
EEUU, PJM (PJM): 1 Abril 1998 – 31 Diciembre 2001

**Tabla 1. Estadística descriptiva**

Series	Número Obs.	Media	Mediana	Min.	Max.	Desviac. Estándar	Asimetr.	Curtosis
NP	2525	142,59	132,12	14,81	423,38	66,70	0,75	3,51
ARG	2100	18,79	17,46	8,03	111,44	6,39	6,39	35,65
VIC	1991	25,55	20,70	1,46	441,28	22,56	6,57	87,26
NZ	1431	37,12	38,40	0,58	115,00	14,32	0,04	3,63
SP	1096	4,52	4,42	1,62	8,54	1,04	0,91	4,48
PJM	1370	27,92	22,57	8,19	397,34	25,58	7,60	73,44



**Gráfico 1a: NordPool. Precio Medio Diario.**



**Gráfico 1b: NordPool. Distribución Empírica (Densidad Kernel, Epanechnikov,  $h = 22,679$ )**

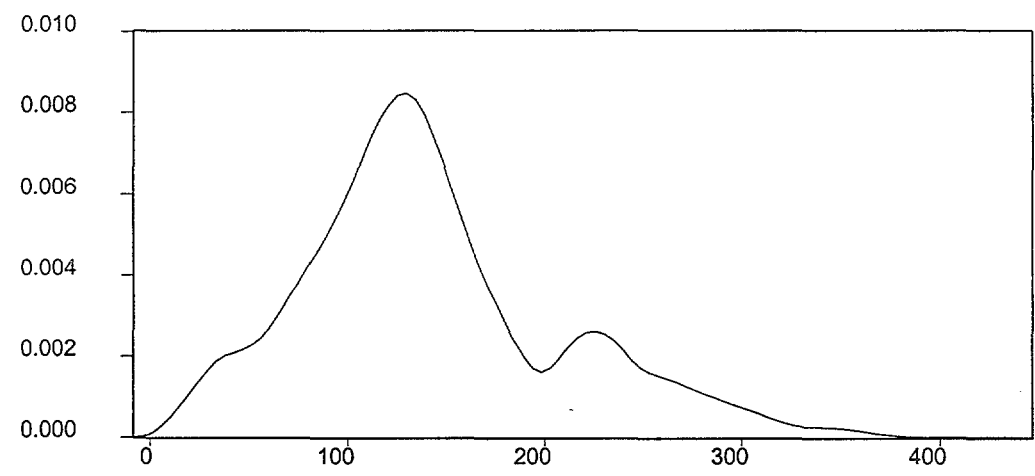


Gráfico 2a: Argentina. Precio Medio Diario.

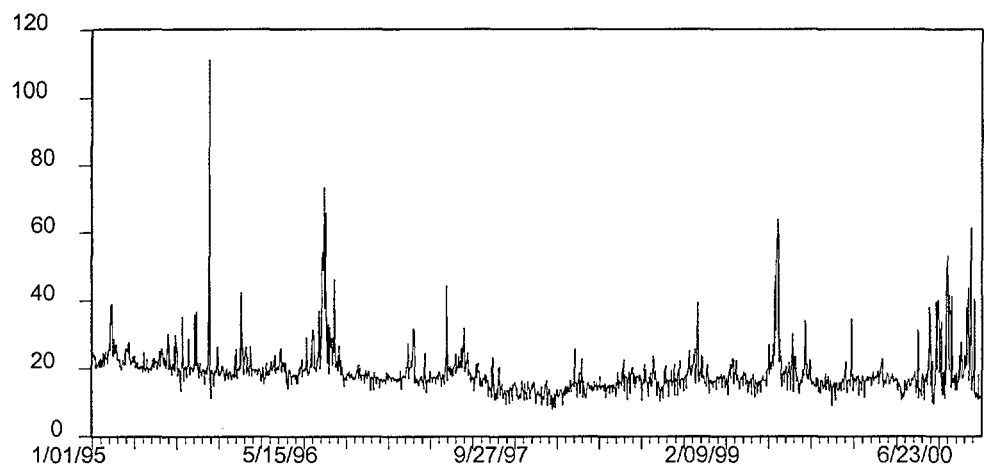


Gráfico 2b: Argentina. Distribución Empírica (Densidad Kernel, Epanechnikov,  $h = 1,5116$ )

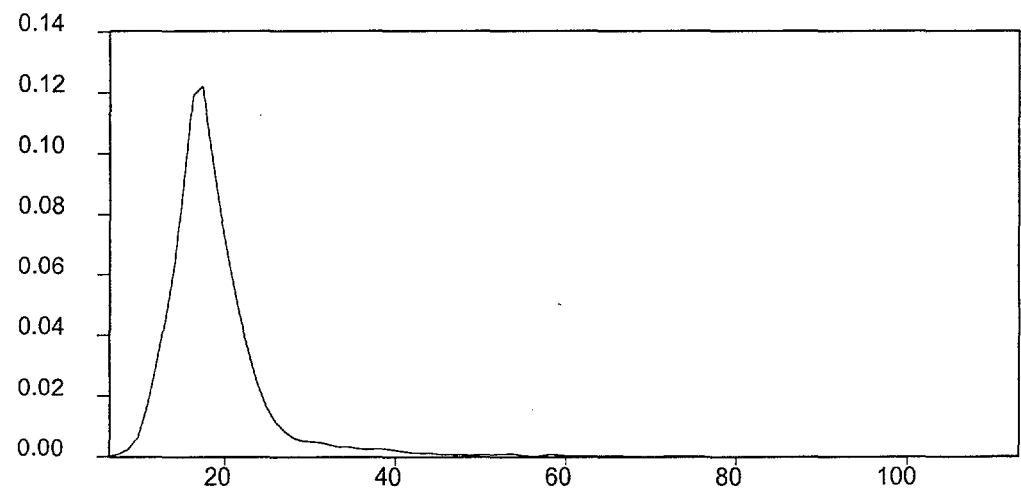


Gráfico 3a: Australia. Precio Medio Diario.

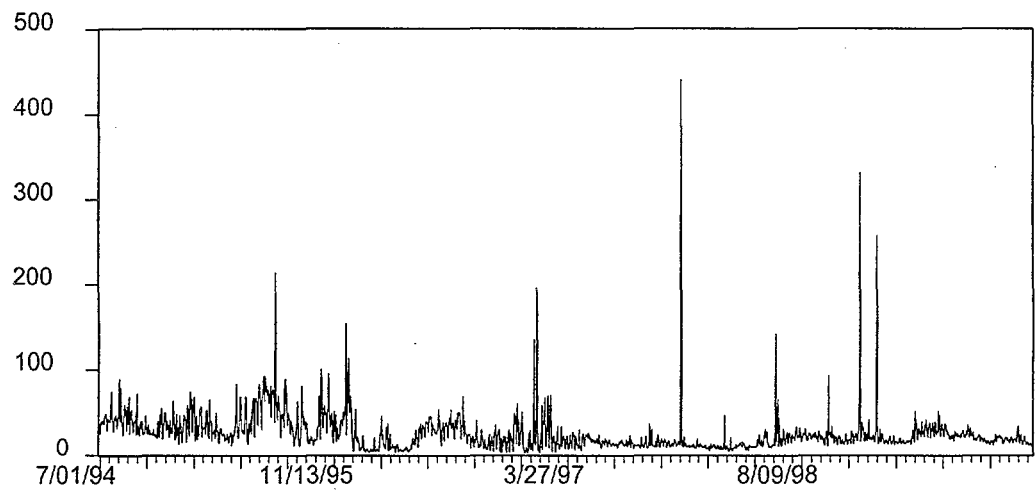
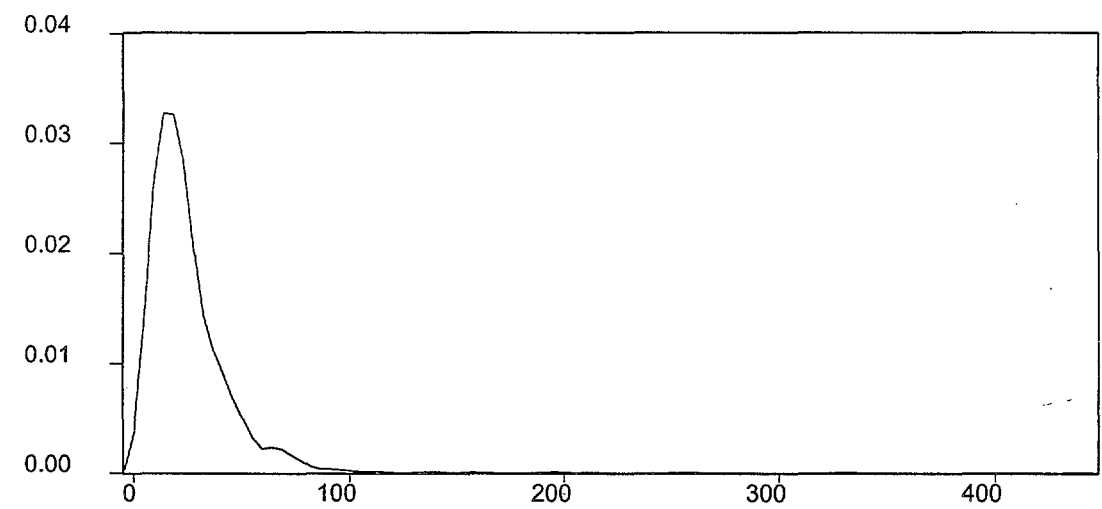
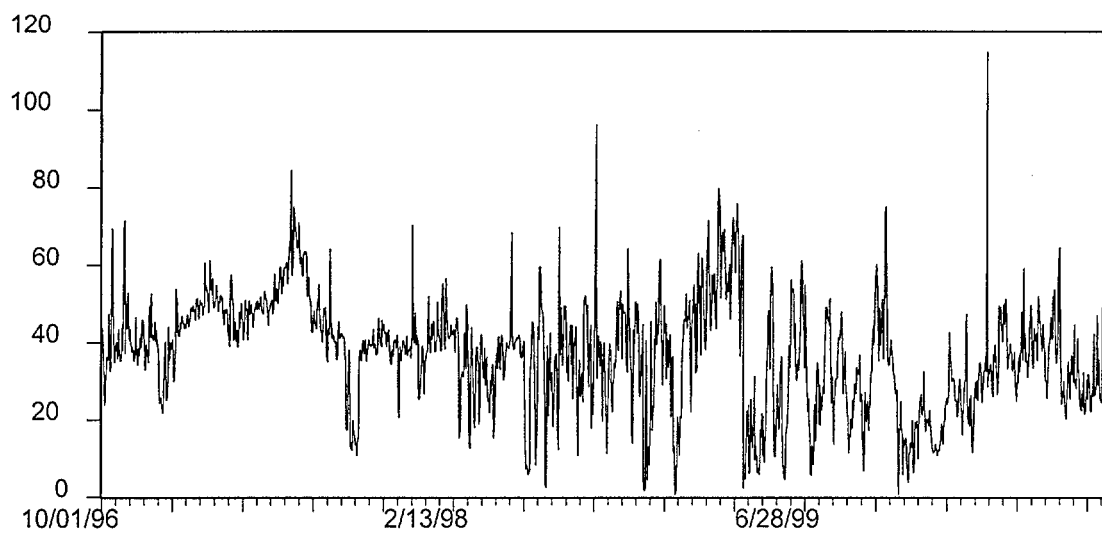
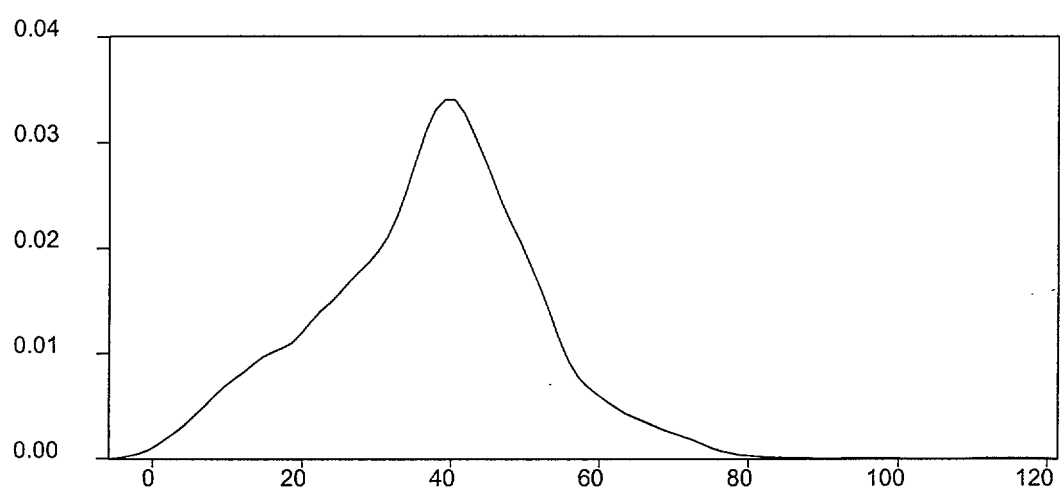
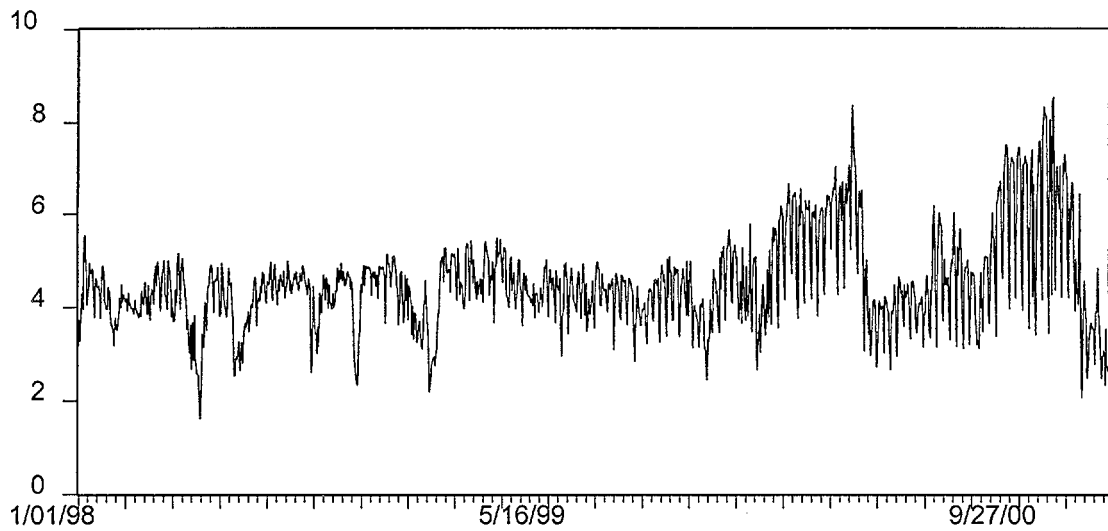


Gráfico 3b: Australia. Distribución Empírica. (Densidad Kernel, Epanechnikov,  $h = 5,9686$ )



**Gráfico 4a: Nueva Zelanda. Precio Medio Diario.****Gráfico 4b: Nueva Zelanda. Distribución Empírica. (Densidad Kernel, Epanechnikov,  $h = 6,2931$ )**

**Gráfico 5a: España. Precio Medio Diario.**



**Gráfico 5b: España. Distribución Empírica.** (Densidad Kernel, Epanechnikov,  $h = 0,3521$ )

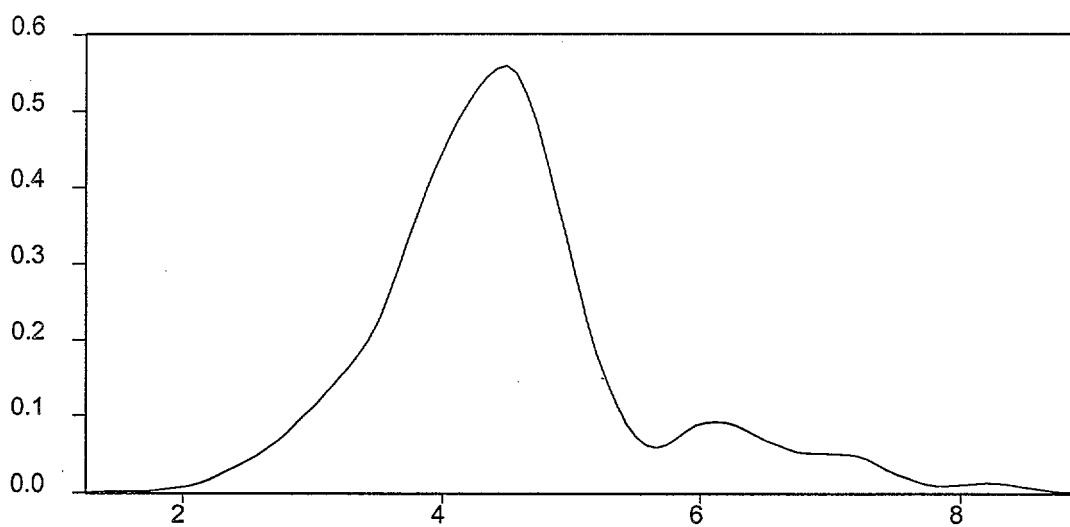


Gráfico 6a: PJM. Precio Medio Diario.

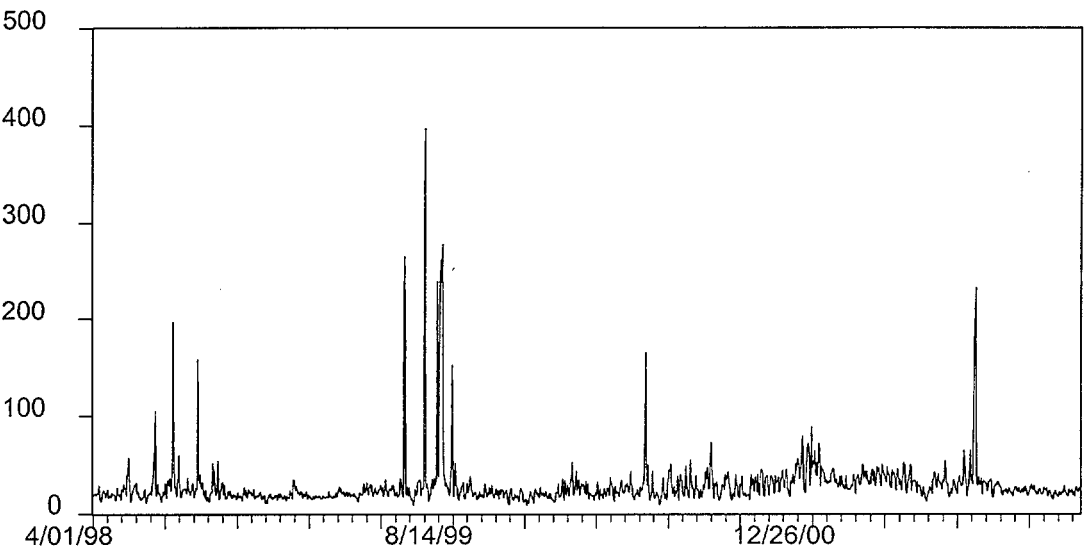
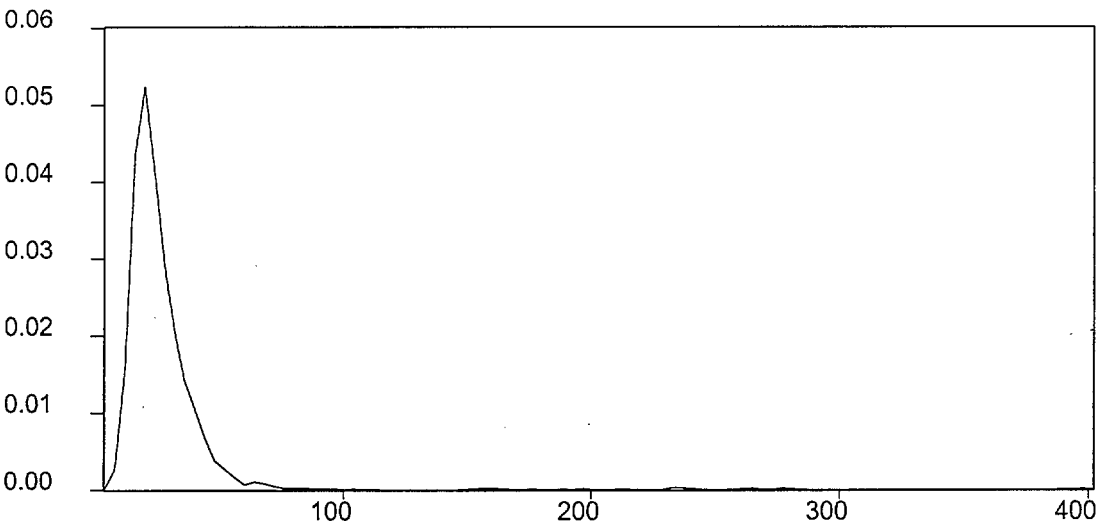


Gráfico 6b: PJM. Distribución Empírica. (Densidad Kernel, Epanechnikov,  $h = 4,4$  )



## APÉNDICE 2.B: MODELOS Y RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN

**Modelo 1:** Autoregresivo (AR(1)), volatilidad constante, sin saltos (modelo de difusión puro)

$$P_t = f(t) + X_t$$

$$X_t = \phi X_{t-1} + \sigma \varepsilon_{1t}$$

$$\varepsilon_{1t} \sim i.i.d. N(0,1)$$

**Modelo 2:** Autoregresivo (AR(1)), GARCH(1,1), sin saltos

$$P_t = f(t) + X_t$$

$$X_t = \phi X_{t-1} + h_{t-1}^{0.5} \varepsilon_{1t}$$

$$h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{1t-1} + \beta h_{t-1}$$

$$\varepsilon_{1t} \sim i.i.d. N(0,1)$$

**Modelo 3:** Autoregresivo (AR(1)), componente de salto.

$$P_t = f(t) + X_t$$

$$X_t = \left\{ \begin{array}{l} \phi X_{t-1} + \sigma \cdot \varepsilon_{1t}; \text{ prob. } 1 - \lambda \\ \phi X_{t-1} + \sigma \cdot \varepsilon_{1t} + \mu_J + \sigma_J \cdot \varepsilon_{2t}; \text{ prob. } \lambda \end{array} \right.$$

$$\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t} \sim i.i.d. N(0,1)$$

**Modelo 3b:** Autoregresivo (AR(1)), modelo con salto, proceso de Poisson con intensidad no constante.

$$P_t = f(t) + X_t$$

$$X_t = \begin{cases} \phi X_{t-1} + \sigma \cdot \varepsilon_{1t}; \text{prob. } 1 - \lambda_t \\ \phi X_{t-1} + \sigma \cdot \varepsilon_{1t} + \mu_J + \sigma_J \cdot \varepsilon_{2t}; \text{prob. } \lambda_t \end{cases}$$

$$\lambda_t = L1 \cdot \text{otoño}_t + L2 \cdot \text{invier}_t + L3 \cdot \text{primav}_t + L4 \cdot \text{verano}_t$$

$$\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t} \sim i.i.d. N(0,1)$$

**Modelo 4:** AR(1), GARCH(1,1), con saltos, intensidad del proceso de Poisson constante.

$$P_t = f(t) + X_t$$

$$X_t = \begin{cases} \phi \cdot X_{t-1} + h_t^{1/2} \varepsilon_{1t}; \text{prob. } 1 - \lambda \\ \phi \cdot X_{t-1} + h_t^{1/2} \varepsilon_{1t} + \mu_J + \sigma_J \cdot \varepsilon_{2t}; \text{prob. } \lambda \end{cases}$$

$$h_t = \omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1} + \beta \cdot h_{t-1}$$

$$\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t} \sim i.i.d. N(0,1).$$



**Modelo 4b:** Autoregresivo (AR(1)), GARCH(1,1), con saltos, intensidad del proceso de Poisson no constante. Este es el modelo generado que hemos presentado previamente (ecuaciones (4) – (7)).

$$P_t = f(t) + X_t$$

$$X_t = \begin{cases} \phi \cdot X_{t-1} + h_t^{1/2} \varepsilon_{1t}; \text{ prob. } 1 - \lambda_t \\ \phi \cdot X_{t-1} + h_t^{1/2} \varepsilon_{1t} + \mu_J + \sigma_J \cdot \varepsilon_{2t}; \text{ prob. } \lambda_t \end{cases}$$

$$h_t = \omega + \alpha \cdot \varepsilon_{1t} + \beta \cdot h_{t-1}$$

$$\lambda_t = L1 \cdot \text{otoño}_t + L2 \cdot \text{invier}_t + L3 \cdot \text{primav}_t + L4 \cdot \text{verano}_t$$

$$\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t} \sim i.i.d. N(0,1).$$

Tabla 1.1: NODPOOL. Resultados Estimación.

Estacionalidad función sinusoidal.

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 3b		Modelo 4		Modelo 4b	
Parámetro	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.
$B0$	137,04	63,03	111,81	195,95	110,14	65,57	111,75	66,71	111,73	181,77	111,62	180,32
$\phi$	0,93	134,69	0,82	57,04	0,90	114,22	0,90	117,43	0,82	60,61	0,82	60,99
$D1$	7,99	4,16	7,33	13,35	7,56	5,48	7,51	5,38	6,41	11,07	6,49	10,87
$C1$	30,02	14,77	38,68	58,41	37,13	28,69	40,18	28,39	40,29	64,36	40,08	61,33
$C2$	221,09	63,86	200,13	237,81	213,12	98,66	212,12	93,70	201,23	233,23	201,31	232,06
$\sigma$	34,26	74,35			18,50	24,03	19,22	28,84				
$\omega$			10,30	8,40					6,03	3,67	5,96	3,81
$\alpha$			0,41	10,58					0,41	10,33	0,41	10,14
$\beta$			0,59	22,98					0,58	19,32	0,58	19,36
$\lambda$					0,28	5,65			0,04	0,85		
$L1$							0,29	5,67			0	-
$L2$							0,14	4,21			0,08	0,94
$L3$							0,26	5,23			0,04	0,83
$L4$							0,31	5,14			0,04	0,69
$\mu_j$					50,78	6,43	53,93	6,94	15,89	0,91	16,56	0,95
$\sigma_j$					33,84	7,82	33,46	7,31	12,82	1,81	11,84	1,50
LL	-12505		-11131		-12177		-12165		-11095		-11091	
SC	25057		22324,7		24424,5		24424		22278,2		2291,7	

**Tabla 1.2: NODPOOL. Resultados Estimación.**

**Estacionalidad “dummies” mensuales.**

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 3b		Modelo 4		Modelo 4b	
Parámetro	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.
$B0$	157,65	26,43	157,23	150,33	149,63	53,47	153,74	58,75	160,37	139,06	160,29	133,32
$\phi$	0,93	131,18	0,81	61,31	0,89	103,68	0,88	105,89	0,80	58,40	0,80	58,19
$D1$	7,95	4,11	7,17	14,35	7,44	5,59	7,28	5,46	6,66	13,07	6,64	13,03
$M2$	0,03	0,005	-21,52	-18,06	-22,08	-5,58	-20,48	-5,91	-29,74	-18,04	-29,89	-17,42
$M3$	-14,69	-2,15	-34,07	-20,36	-37,81	-9,11	-40,86	-9,78	-36,86	-24,31	-36,65	-23,72
$M4$	-26,05	-3,55	-32,66	-19,88	-41,67	-10,88	-45,07	-11,81	-37,61	-23,41	-37,40	-22,98
$M5$	-46,83	-6,89	-58,00	-31,18	-64,07	-18,26	-67,36	-19,40	-60,32	-31,64	-60,17	-31,48
$M6$	-45,99	-6,71	-73,64	-40,25	-68,72	-18,69	-73,81	-19,09	-71,58	-35,13	-72,39	-34,41
$M7$	-53,84	-7,82	-84,96	-52,23	-81,46	-21,03	-86,66	-20,62	-90,01	-52,22	-90,68	-48,12
$M8$	-39,71	-6,11	-67,19	-31,35	-71,02	-21,52	-76,49	-22,43	-70,52	-34,55	-70,22	-32,41
$M9$	-16,98	-2,52	-57,23	-27,15	-44,17	-12,10	-48,64	-13,11	-64,33	-32,05	-64,11	-31,83
$M10$	-6,36	-0,93	-47,18	-28,87	-33,65	-7,85	-38,17	-8,56	-53,28	-34,40	-53,08	-33,77
$M11$	-0,08	-0,01	-31,11	-21,59	-17,76	-4,26	-21,18	-5,07	-30,63	-18,50	-30,54	-18,06
$M12$	4,98	0,66	-2,91	-1,92	-2,73	-0,70	0,27	0,08	-7,03	-4,51	-6,92	-4,22
$\sigma$					17,74	24,73	18,36	29,00				
$\omega$			10,14	6,49					3,64	2,96	3,68	3,07
$\alpha$			0,416	10,61					0,414	8,52	0,413	8,40
$\beta$			0,585	18,96					0,577	15,02	0,575	14,46
$\lambda$					0,301	6,86			0,094	2,49		
$L1$							0,317	6,55			0,06	1,42
$L2$							0,152	4,65			0,13	2,22
$L3$							0,274	5,98			0,08	1,81
$L4$							0,336	5,98			0,15	1,91
$\mu_i$					50,22	7,41	53,45	7,61	4,82	2,10	4,51	1,75
$\sigma_i$					34,76	9,33	34,28	8,27	14,82	5,39	14,68	5,69
LL	-12505,4		-11115,6		-12175,0		-12161,9		-11083,9		-11082,3	
SC	25120,5		22364,4		24498,8		24488,3		22324,5		22344,8	

Tabla 2.1: ARGENTINA. Resultados Estimación.

Estacionalidad función sinusoidal.

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 3b		Modelo 4		Modelo 4b	
Parámetro	Coef,	t-stat,	Coef,	t-stat,	Coef,	t-stat,	Coef,	t-stat,	Coef,	t-stat,	Coef,	t-stat,
B0	19,36	42,39	18,75	184,24	19,26	99,21	19,27	99,19	19,25	137,14	19,22	136,12
$\phi$	0,61	96,36	0,56	33,44	0,58	53,89	0,58	53,88	0,55	23,79	0,55	23,17
B2	-0,0021	-8,12	-0,0022	-39,33	-0,0028	-20,41	-0,0028	-20,51	-0,0026	-24,49	-0,0026	-24,59
D1	2,14	6,64	1,05	12,32	1,34	10,62	1,34	10,74	1,13	13,19	1,16	13,35
C1	-2,03	-6,81	-1,07	-15,16	-1,00	-8,97	-0,99	-9,10	-0,78	-8,89	-0,76	-8,70
C2	103,88	10,58	170,65	45,64	140,79	23,47	145,50	23,10	139,38	20,88	142,99	20,11
C3	-1,71	-6,21	-0,74	-9,85	-0,64	-5,90	-0,57	-5,24	-0,61	-7,11	-0,57	-6,54
C4	131,69	25,85	145,06	57,60	126,58	26,24	128,46	24,09	122,63	27,98	122,33	26,14
$\sigma$	4,55	216,10			1,90	50,84	1,90	52,42				
$\omega$			0,95	14,87					0,797	10,03	0,83	10,11
$\alpha$			0,85	24,15					0,486	13,56	0,47	13,27
$\beta$			0,37	29,75					0,329	11,35	0,32	10,18
$\lambda$					0,11	11,09			0,049	4,51		
L1							0,087	5,21			0,037	2,92
L2							0,070	4,60			0,037	2,68
L3							0,028	2,93			0,027	2,60
L4							0,264	10,07			0,125	4,66
$\mu$					8,09	7,82	8,00	7,82	7,01	3,55	6,80	4,46
$\sigma$					10,10	42,73	10,07	41,60	6,50	6,19	6,48	7,63
LL	-6148,1		-5052,2		-5148,3		-5096,6		-4822,6		-4810,8	
SC	12365,0		10188,5		10388,4		10307,9		9752,3		9751,6	

**Tabla 2.2: ARGENTINA. Resultados Estimación.**
**Estacionalidad “dummies” mensuales.**

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 3b		Modelo 4		Modelo 4b	
Parámetro	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.
$B0$	18,31	18,03	19,28	88,57	19,17	65,95	19,20	67,19	19,56	86,91	19,56	86,84
$\phi$	0,61	90,83	0,54	29,83	0,58	54,21	0,58	54,31	0,54	23,53	0,54	22,67
$B2$	-0,002	-6,99	-0,002	-35,91	-0,002	-20,12	-0,002	-20,26	-0,002	-25,19	-0,002	-25,13
$D1$	2,13	6,47	1,23	15,20	1,35	10,59	1,34	10,68	1,12	13,12	1,14	13,24
$M2$	1,13	0,92	0,34	1,38	0,66	1,99	0,70	2,17	-0,48	-1,78	-0,46	-1,73
$M3$	0,18	0,11	0,36	1,29	0,46	1,32	0,51	1,51	0,17	0,62	0,21	0,77
$M4$	-0,04	-0,03	-0,66	-2,84	0,05	0,14	0,08	0,22	-0,50	-2,03	-0,46	-1,89
$M5$	1,26	1,03	0,49	2,13	0,67	1,99	0,86	2,74	0,20	0,79	0,23	0,90
$M6$	5,67	5,49	1,57	6,21	1,82	5,20	1,56	4,06	1,46	5,19	1,33	4,47
$M7$	4,49	4,44	0,74	2,95	0,88	2,57	0,67	1,83	0,13	0,44	0,05	0,17
$M8$	1,54	1,37	3,62	17,19	0,24	0,73	0,07	0,21	-0,03	-0,11	-0,07	-0,25
$M9$	-0,30	-0,26	-1,25	-4,66	-1,16	-3,19	-1,14	-3,25	-1,24	-4,81	-1,25	-4,85
$M10$	-0,67	-0,59	-1,04	-3,77	-1,12	-2,96	-1,08	-2,97	-1,15	-4,22	-1,44	-5,10
$M11$	-0,77	-0,55	-1,47	-4,89	-0,85	-2,25	-0,80	-2,20	-1,45	-5,13	-1,44	-5,10
$M12$	0,18	0,15	-0,48	-2,05	-0,68	-1,99	-0,65	-1,97	-0,80	-2,86	-0,73	-2,68
$\sigma$	4,53	208,60			1,92	51,28						
$\omega$			0,75	12,97					0,77	10,12	0,84	10,36
$\alpha$			0,87	25,56					0,50	13,70	0,50	13,22
$\beta$			0,37	29,52					0,32	11,35	0,30	9,67
$\lambda$					0,11	10,96			0,05	5,09		
$L1$							0,067	4,50			0,036	2,67
$L2$							0,084	5,13			0,001	0,07
$L3$							0,027	2,90			-0,010	-0,64
$L4$							0,259	9,97			0,083	3,17
$\mu_j$					8,19	7,78	8,12	7,82	6,63	4,04	6,84	4,51
$\sigma_j$					10,18	42,04	10,13	40,88	6,63	7,39	6,65	7,63
LL	-6140,1		-5025,1		-5147,1		-5096,9		-4819,69		-4808,81	
SC	12402,4		10187,9		10439,5		10362,0		9799,90		9801,10	

**Tabla 3.1: AUSTRALIA (Victoria). Resultados Estimación.**

**Estacionalidad función sinusoidal.**

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 3b		Modelo 4		Modelo 4b	
Parámetro	Coef,	t-stat,	Coef,	t-stat,	Coef,	t-stat,	Coef,	t-stat,	Coef,	t-stat,	Coef,	t-stat,
B0	31,64	15,02	18,99	60,72	26,95	35,61	26,63	35,84	24,22	41,70	25,27	44,51
$\phi$	0,47	49,27	0,57	45,04	0,55	57,48	0,54	56,18	0,61	30,98	0,61	31,09
B2	-0,011	-7,08	-0,002	-11,27	-0,008	-14,52	-0,008	-14,38	-0,0062	-14,63	-0,0067	-15,78
D1	6,82	5,53	2,13	9,23	5,20	10,08	5,07	10,02	3,17	9,94	3,30	10,20
C1	6,37	4,83	2,23	10,51	3,59	8,13	3,37	7,70	2,06	6,31	5,05	15,05
C2	53,82	10,61	110,27	51,27	55,42	15,79	57,53	15,62	45,55	10,62	46,50	13,07
C3	4,32	3,43	7,29	38,94	4,90	11,47	5,08	11,70	6,00	18,04	2,81	8,45
C4	48,50	2,74	63,72	44,56	58,03	11,02	59,78	12,12	52,13	18,02	37,10	11,56
$\sigma$	18,18	256,26					7,81	50,78				
$\omega$			2,31	7,06					3,23	6,51	3,72	7,01
$\alpha$			1,07	33,89					0,32	10,75	0,33	10,92
$\beta$			0,49	77,96					0,62	29,45	0,61	28,41
$\lambda$					0,07	9,14			0,019	4,86		
L1							0,141	6,49			0,030	2,59
L2							0,048	4,01			0,015	2,35
L3							0,031	2,81			0,006	1,18
L4							0,099	5,95			0,021	2,88
$\mu_j$					29,73	3,86	28,84	3,95	64,03	1,90	66,83	1,68
$\sigma_j$					53,98	35,80	52,22	37,48	84,06	8,17	86,24	6,87
LL	-8582,6		-7566,8		-7527,5		-7512,7		-7161,7		-7159,2	
SC	17228,2		15210,6		15139,0		15130,4		14421,4		14447,4	

Tabla 3.2: AUSTRALIA (Victoria). Resultados Estimación.

## Estacionalidad “dummies” mensuales.

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 3b		Modelo 4		Modelo 4b*	
Parámetro	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.
$B0$	31,26	10,79	5,67	10,74	22,93	19,19	22,00	17,68	15,96	19,05	16,21	18,22
$\phi$	0,46	46,41	0,53	29,53	0,52	63,99	0,51	66,60	0,59	29,59	0,59	20,09
$B2$	-0,011	-5,65	-0,005	-19,27	-0,009	-14,62	-0,009	-14,64	-0,006	-14,07	-0,006	-14,54
$D1$	7,20	4,90	1,82	6,83	5,48	10,04	5,35	9,98	3,02	10,17	3,01	9,76
$M2$	-3,11	-0,72	10,00	13,91	1,00	0,72	1,33	0,91	2,10	1,87	2,27	1,92
$M3$	-9,25	-1,32	15,10	20,58	-2,28	-1,41	-1,49	-0,93	4,67	5,15	4,69	4,86
$M4$	-5,05	-1,12	12,79	19,89	-0,21	-0,14	0,74	0,51	1,59	1,66	2,11	2,27
$M5$	3,42	0,70	20,99	32,49	8,86	6,32	9,90	7,07	7,70	8,00	7,62	7,54
$M6$	9,21	2,90	32,00	61,33	10,48	7,62	10,72	7,47	8,76	8,04	9,13	7,92
$M7$	8,25	2,43	25,83	39,22	11,51	7,72	12,01	7,79	17,07	17,46	17,21	16,54
$M8$	3,68	0,81	23,29	46,02	8,78	6,05	9,43	6,36	13,47	14,58	13,59	13,79
$M9$	-1,63	-0,34	20,16	30,77	3,97	2,71	4,73	3,23	9,27	10,02	9,57	9,96
$M10$	-0,94	-0,23	29,23	46,11	4,34	2,87	5,14	3,40	9,59	10,26	9,60	9,65
$M11$	2,90	1,07	47,80	60,53	5,11	3,59	5,92	4,17	7,46	8,25	7,69	8,03
$M12$	5,95	2,52	14,57	17,92	5,55	4,16	5,25	3,64	6,76	4,88	7,12	4,87
$\sigma$	20,26	212,44			8,34	52,50	8,21	51,90				
$\omega$			1,39	2,90					2,55	6,31	2,70	6,79
$\alpha$			1,10	30,69					0,34	11,43	0,33	12,18
$\beta$			0,50	63,41					0,62	32,04	0,63	36,61
$\lambda$					0,07	9,03			0,02	5,09		
$L1$							0,04	3,71			0,017	2,54
$L2$							0,138	6,51			0,029	2,65
$L3$							0,029	2,77			0	
$L4$							0,093	5,84			0,020	2,84
$\mu_j$					34,38	3,54	33,20	3,64	69,13	1,84	79,85	1,61
$\sigma_j$					63,07	33,57	60,71	35,39	95,88	8,55	103,86	6,25
LL	-8797,2		-7953,4		-7618,96		-7603,2		-7221,6		-7222,6	
SC	17715,9		16043,5		15382,2		15373,5		14602,7		14627,5	

\* En este caso hemos impuesto  $L3 = 0$  en el modelo, de forma que la especificación concreta en este caso es:  $\lambda(t) = L1*otoño_t + L2*invier_t + L4*verano_t$

Tabla 4.1: NUEVA ZELANDA (HAYWARD). Resultados Estimación.

## Estacionalidad función sinusoidal .

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 3b		Modelo 4		Modelo 4b	
Parámetro	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.
$B0$	43,94	36,25	44,72	64,25	45,47	48,16	44,77	43,97	46,82	112,15	46,82	112,93
$\phi$	0,62	47,94	0,61	23,70	0,64	45,22	0,65	42,54	0,57	22,89	0,57	22,67
$B2$	-0,013	-10,13	-0,011	-15,60	-0,015	-16,17	-0,014	-13,45	-0,017	-31,62	-0,017	-31,52
$D1$	3,35	5,05	3,25	6,53	2,44	4,36	2,77	4,67	2,83	9,56	2,82	9,57
$C1$	-4,05	-6,48	-5,69	-15,26	-5,27	-10,10	-4,91	-8,43	-4,57	-15,12	-4,53	-14,97
$C2$	52,59	5,83	64,60	17,62	40,30	7,14	48,73	7,62	46,32	11,26	46,62	11,20
$C3$	-2,50	-3,82	2,81	7,51	1,71	3,24	1,93	3,33	-1,07	-3,38	-1,03	-3,26
$C4$	-5,17	-0,72	-120,29	-30,96	458,06	53,76	455,55	55,96	22,01	2,51	21,48	2,36
$\sigma$	9,87	91,25			5,43	17,64	7,35	29,44				
$\omega$			8,14	9,42					1,11	3,60	1,13	3,64
$\alpha$			0,40	9,91					0,36	8,84	0,36	8,61
$\beta$			0,60	25,77					0,59	19,75	0,58	18,93
$\lambda$					0,42	10,71			0,10	5,76		
$L1$							0,066	1,88			0,096	3,40
$L2$							0,169	3,61			0,114	3,17
$L3$							0,279	5,03			0,089	2,89
$L4$							0,171	3,58			0,145	3,71
$\mu_j$					0,99	1,21	1,64	0,99	2,97	1,44	2,92	1,49
$\sigma_j$					12,75	36,94	15,94	20,20	15,51	22,40	15,18	22,34
LL	-5291,8		-5184,0		-5218,3		-5212,1		-4984,4		-4983,6	
SC	10649,0		10447,9		10523,8		10533,2		10070,5		10090,7	



**Tabla 4.2: NUEVA ZELANDA (HAYWARD). Resultados Estimación.**

**Estacionalidad “dummies mensuales”.**

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 3b		Modelo 4		Modelo 4b	
Parámetro	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.
$B0$	42,26	22,45	43,19	46,83	42,4	28,28	42,92	32,07	44,06	53,85	44,07	54,09
$\phi$	0,60	43,98	0,57	19,25	0,64	39,89	0,64	39,87	0,57	22,29	0,57	22,21
$B2$	-0,013	-10,08	-0,012	-20,12	-0,013	-11,80	-0,013	-12,78	-0,016	-30,26	-0,016	-30,23
$D1$	3,43	5,29	3,16	7,77	3,28	5,56	3,11	5,38	3,00	10,81	3,00	10,80
$M2$	6,23	2,86	3,92	3,09	5,80	3,25	5,90	3,84	4,02	4,76	4,01	4,78
$M3$	8,82	4,57	13,72	15,49	8,32	4,93	7,45	4,17	6,17	6,30	6,20	6,39
$M4$	-1,32	-0,62	1,59	1,30	-0,38	-0,21	-0,26	-0,14	2,56	2,59	2,57	2,62
$M5$	2,47	1,17	7,29	8,72	2,77	1,59	3,87	2,10	5,86	6,32	5,88	6,40
$M6$	7,68	3,77	9,99	7,98	8,51	4,94	8,77	5,42	12,03	11,88	12,03	11,80
$M7$	3,19	1,53	2,74	1,91	3,30	1,94	3,62	2,32	5,56	4,96	5,53	4,90
$M8$	1,50	0,67	2,48	2,88	1,23	0,66	1,23	0,72	2,26	2,06	2,26	2,04
$M9$	-6,08	-2,78	-8,70	-7,62	-6,74	-3,38	-6,54	-3,68	-2,89	-2,59	-2,90	-2,58
$M10$	3,35	1,53	0,27	0,24	2,81	1,53	2,56	1,54	-0,21	-0,22	-0,21	-0,21
$M11$	-5,60	-2,71	-4,01	-4,01	-6,16	-3,39	-6,23	-3,80	-1,31	-1,24	-1,32	-1,24
$M12$	-5,35	-2,48	-7,92	-8,65	-5,74	-3,31	-5,73	-3,85	-5,35	-5,81	-5,31	-5,81
$\sigma$	9,62	89,97			8,05	35,84						
$\omega$			4,45	6,27					1,17	3,60	1,17	3,61
$\alpha$			0,40	12,31					0,38	8,90	0,38	8,74
$\beta$			0,64	31,07					0,58	19,60	0,58	19,39
$\lambda$					0,06	3,24			0,08	5,35		
$L1$							0,098	2,81			0,092	3,11
$L2$							0,039	1,34			0,075	2,92
$L3$							0,224	4,26			0,068	2,53
$L4$							0,131	3,13			0,099	3,07
$\mu$					2,95	0,96	1,04	0,50	3,67	1,49	3,59	1,45
$\sigma$					20,70	11,21	17,17	17,17	16,44	19,02	16,31	18,05
LL	-5254,8		-5083,2		-5179,3		-5172,7		-4948,2		-4947,7	
SC	10625,8		10297,1		10496,6		10505,2		10048,9		10076,9	

Tabla 5.1: ESPAÑA. Resultados Estimación.

Estacionalidad función sinusoidal.

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 4		Modelo 4b	
Parámetro	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.
$B0$	3,32	39,24	3,81	91,52	3,44	47,21	3,62	32,90	3,97	75,94
$\phi$	0,60	29,15	0,53	16,75	0,62	32,67	0,55	11,76	0,53	17,10
$B2$	0,001	10,54	0,0004	5,86	0,0008	8,41	0,0006	4,51	0,0002	2,73
$D1$	0,787	29,13	0,56	14,36	0,71	14,37	0,55	7,68	0,53	16,28
$C1$	0,18	3,26	0,15	4,94	0,16	3,46	0,13	2,07	0,17	5,79
$C2$	70,98	4,58	72,57	12,87	49,14	3,07	44,28	1,68	90,70	8,29
$C3$	-0,43	-8,33	-0,16	-4,99	-0,36	-7,92	-0,25	-4,54	-0,12	-3,87
$C4$	-2129,3	-639,3	-2112,2	-383,6	-2123,6	-591,4	-2120,3	-307,7	-2110,9	-267,4
$\sigma$	0,67	58,26			0,52	20,14				
$\omega$			0,018	6,66			0,034	1,95	0,002	0,80
$\alpha$			0,18	6,66			0,14	2,76	0,16	5,79
$\beta$			0,78	32,88			0,85	17,05	0,81	29,09
$\lambda$					0,193	3,58	0,0002	0,00		
$L1$									0,45	3,03
$L2$									0,25	2,23
$L3$									0,08	1,06
$L4$									0,15	2,10
$\mu$					0,378	2,61	0,61	0,00	-0,18	-2,16
$\sigma$					0,919	11,49	0,41	0,00	0,50	8,26
LL	-1107,9		-942,1		-1077,8		-1010,3		-915,2	
SC	2278,8		1961,2		2239,6		2118,6		1949,4	

**Tabla 5.2: ESPAÑA. Resultados Estimación.**

**Estacionalidad “dummies” mensuales.**

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 4		Modelo 4b	
Parámetro	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.
$B0$	3,45	28,7	4,07	64,72	3,57	34,17	4,06	46,23	3,82	78,59
$\phi$	0,59	27,56	0,52	16,31	0,61	30,99	0,52	16,70	0,52	17,17
$B2$	0,001	10,77	0,0006	7,44	0,0009	8,82	0,0003	3,88	0,0003	4,06
$D1$	0,787	14,43	0,56	14,49	0,718	15,18	0,538	16,23	0,54	16,44
$M2$	0,248	1,33	-0,07	-0,69	0,226	1,59	0,012	0,104	0,205	2,00
$M3$	0,457	2,81	-0,018	-0,18	0,434	3,27	0,094	0,87	0,305	3,85
$M4$	0,03	0,24	-0,28	-2,9	-0,036	-0,29	-0,157	-1,57	0,05	0,73
$M5$	-0,667	-4,14	-0,66	-6,26	-0,614	-4,85	-0,488	-4,31	-0,28	-3,24
$M6$	-0,637	-3,48	-0,69	-9,69	-0,57	-3,86	-0,55	-5,19	-0,344	-3,92
$M7$	-0,28	-1,47	-0,38	-3,96	-0,19	-1,29	-0,227	-2,23	-0,010	-0,12
$M8$	-0,369	-2,22	-0,362	-3,78	-0,286	-2,00	-0,21	-2,01	-0,006	-0,07
$M9$	0,07	0,47	-0,45	-4,67	-0,07	-0,53	-0,29	-2,46	-0,08	-0,79
$M10$	0,072	0,54	-0,29	-3,28	-0,19	-1,54	-0,19	-1,76	0,002	0,03
$M11$	-0,007	-0,05	-0,11	-1,18	0,041	0,31	0,09	0,12	0,316	2,73
$M12$	-0,905	-6,80	-0,665	-8,33	-0,903	-7,69	-0,53	0,10	-0,385	-3,78
$\sigma$	0,652	57,73			0,499	20,30				
$\omega$			0,017	5,11			0,008	0,38	0,002	0,83
$\alpha$			0,187	6,34			0,158	5,66	0,151	5,45
$\beta$			0,776	27,52			0,815	29,06	0,819	28,11
$\lambda$					0,198	3,76	0,223	2,59		
$L1$									0,22	2,05
$L2$									0,11	0,80
$L3$									-0,17	-1,60
$L4$									-0,08	-0,84
$\mu_J$					0,438	3,09	-0,056	-0,75	-0,06	-0,87
$\sigma_J$					0,887	11,82	0,513	6,92	0,511	6,93
LL	-1082,8		-919,6		-1049,9		-900,93		-897,9	
SC	2277,5		1965,0		2232,7		1948,80		1963,6	

Tabla 6.1: PJM. Resultados Estimación.

Estacionalidad función sinusoidal.

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 3b		Modelo 4		Modelo 4b	
Parámetro	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.
B0	17,59	4,90	8,70	22,60	15,92	22,26	15,88	21,60	16,70	32,71	16,69	32,25
$\phi$	0,57	85,02	0,39	9,69	0,39	41,42	0,39	39,88	0,49	17,67	0,49	17,23
B2	0,0072	2,32	0,0079	15,76	0,008	11,71	0,008	11,83	0,006	10,50	0,006	10,31
D1	7,45	3,12	4,11	12,99	3,06	6,67	2,99	6,43	2,33	6,50	2,33	6,47
C1	5,79	2,62	4,91	22,56	1,46	4,21	1,28	3,65	0,97	3,12	0,95	3,01
C2	-68,75	-6,38	-128,08	-84,34	-91,41	-12,99	-95,33	-11,69	105,50	12,07	103,58	11,56
C3	5,61	2,38	-7,21	-19,41	2,05	5,78	2,12	6,09	-3,39	-11,42	-3,29	-11,00
C4	-733,18	-22,36	1452,43	777,25	-685,66	-68,04	-682,03	-67,76	556,72	101,39	557,43	98,16
$\sigma$	20,29	14,92			5,99	42,95						
$\omega$			1,42	2,06							3,96	7,30
$\alpha$			1,117	16,80							0,31	9,80
$\beta$			0,498	27,02							0,56	25,67
$\lambda$					0,065	8,02			0,027	4,43		
L1							0,07	4,11			0,01	1,20
L2							0,01	1,70			0,01	1,24
L3							0,02	1,85			0,03	2,41
L4							0,14	6,61			0,06	3,42
$\mu_j$					46,34	4,28	47,13	4,27	54,98	1,91	54,35	1,83
$\sigma_j$					65,81	13,37	67,00	12,66	67,05	4,94	66,67	4,50
LL	-6050,03		-5285,00		-4836,07		-4809,47		-4686,32		-4678,13	
SC	12165,06		10649,45		9758,81		9727,28		9473,76		9479,04	

**Tabla 6.2: PJM. Resultados Estimación.**

**Estacionalidad “dummies” mensuales.**

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 3b		Modelo 4		Modelo 4b	
Parámetro	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.		Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.	Coef.	t-stat.
$B0$	17,49	2,12	17,19	31,87	17,5	16,41	17,46	15,87	17,38	25,84	17,45	26,90
$\phi$	0,56	81,75	0,43	19,58	0,38	40,28	0,39	38,49	0,48	16,95	0,48	16,79
$B2$	0,007	2,18	0,006	15,63	0,008	11,82	0,009	11,94	0,006	11,52	0,006	11,35
$D1$	7,47	3,16	2,02	6,86	3,07	6,76	3,01	6,57	2,32	6,60	2,36	6,66
$M2$	-3,88	-0,31	-3,30	-4,13	-1,97	-1,56	-1,98	-1,52	-3,03	-3,17	-3,04	-3,26
$M3$	-2,29	-0,19	-0,80	-1,25	0,06	0,05	0,25	0,21	-1,58	-1,74	-1,63	-1,82
$M4$	-1,62	-0,14	1,67	2,90	-0,13	-0,10	0,15	0,12	0,24	0,28	0,14	0,16
$M5$	-0,56	-0,06	2,07	3,14	-1,19	-1,03	-0,68	-0,60	2,16	2,55	2,03	2,46
$M6$	2,62	0,32	20,37	30,59	-0,81	-0,71	-0,88	-0,73	0,81	0,97	0,78	0,93
$M7$	16,67	2,11	42,33	45,42	-0,02	-0,02	-0,16	-0,14	5,24	5,66	4,51	4,63
$M8$	8,43	1,07	18,61	31,98	1,16	0,99	0,89	0,71	2,66	2,82	2,41	2,51
$M9$	-4,82	-0,43	-2,74	-5,11	-4,23	-3,35	-4,19	-3,27	-2,61	-3,15	-2,52	-3,19
$M10$	-5,33	-0,44	-1,96	-2,48	-3,30	-2,73	-3,15	-2,61	-2,39	-2,65	-2,46	-2,78
$M11$	-6,99	-0,57	-4,17	-5,67	-5,16	-4,32	-5,00	-4,18	-4,81	-5,38	-4,90	-5,56
$M12$	-2,58	-0,28	-3,62	-5,27	-5,07	-4,04	-5,10	-3,94	-4,44	-5,09	-4,54	-5,32
$\sigma$	20,19	152,41			5,97	43,61	6,02	44,37				
$\omega$			1,615	3,47					3,72	6,61	3,79	6,71
$\alpha$			1,089	26,57					0,374	10,82	0,362	10,24
$\beta$			0,469	32,37					0,539	26,19	0,543	25,67
$\lambda$					0,064	7,97			0,022	4,04		
$L1$							0,010	1,72			0,006	1,21
$L2$							0,075	4,11			0,004	0,75
$L3$							0,019	1,85			0,024	2,28
$L4$							0,142	6,54			0,057	3,08
$\mu_r$					46,67	4,26	47,21	4,23	62,57	1,98	60,11	1,85
$\sigma_r$					66,17	13,20	67,20	12,55	71,90	4,16	70,65	4,36
LL	-6043,2		-5114,9		-4825,8		-4799,5		-4671,6		-4663,5	
SC	12215,5		10359,8		9788,8		9757,9		9494,9		9500,3	

Tabla 7: Tests\* de Ratios de Verosimilitudes generalizados

(p-valores en paréntesis)

Series	[1] $\chi^2_{(2)}$	[2] $\chi^2_{(3)}$	[3] $\chi^2_{(5)}$	[4] $\chi^2_{(3)}$	[5] $\chi^2_{(2)}$	[6] $\chi^2_{(3)}$	[7] $\chi^2_{(3)}$
NordPool	2748 (0,00)	656 (0,00)	2820 (0,00)	72 (0,00)	2164 (0,00)	24 (0,00)	N.A.
Argentina	2191 (0,00)	1999,6 (0,00)	2651 (0,00)	459,2 (0,00)	651,4 (0,00)	103,4 (0,00)	23,6 (0,00)
Australia (Victoria)	2031 (0,00)	2110 (0,00)	2841 (0,00)	810,2 (0,00)	731,6 (0,00)	29,6 (0,00)	5 (0,17)
Nueva Zelanda (Hayward)	215,6 (0,00)	147 (0,00)	614,8 (0,00)	399,2 (0,00)	467,8 (0,00)	12,4 (0,006)	1,6 (0,659)
España	331,6 (0,00)	60,2 (0,00)	195,2 (0,00)	N.A.	135 (0,00)	N.A.	190,2 (0,00)
PJM	1530,1 (0,00)	2427,9 (0,00)	2727,4 (0,00)	1197,4 (0,00)	299,5 (0,00)	53,2 (0,00)	16,4 (0,00)

\* [1] Modelo varianza constante, sin saltos vs. Modelo GARCH(1,1), sin saltos; [2] Modelo varianza constante, sin saltos vs. Modelo de saltos puro; [3] Modelo varianza constante sin saltos vs. modelo GARCH(1,1) con salto constante ( $\lambda$ ); [4] modelo GARCH(1,1) vs. Modelo GARCH(1,1) con salto constante ( $\lambda$ ); [5] Modelo con salto puro vs. Modelo GARCH(1,1) con salto constante ( $\lambda$ ); [6] Modelo salto puro vs. Modelo con salto no constante( $\lambda(t)$ ); [7] Modelo GARCH(1,1) con salto constante ( $\lambda$ ) vs. Modelo GARCH(1,1) con salto no constante ( $\lambda(t)$ ). P-valores entre paréntesis.



## REFERENCIAS

- Arranz, M. A., A. Escribano y F. Mármol (2000), "Effects of Applying Linear and Nonlinear Filters on Tests for Unit Roots with Additive Outliers", Working Paper 00-86, Universidad Carlos III.
- Bhanot, K. (2000), "Behavior of Power Prices: Implications for the Valuation and Hedging of Financial Contracts", *Journal of Risk*, 2 , 43-62.
- Bergstrom, A. R. (1988), "The History of Continuous-Time Econometric Models", *Econometric Theory*, 4:3, 365-383.
- Berndt, E.K., B.H. Hall, R.E. Hall y J.A. Hausman (1974), "Estimation and Inference in Non-Linear Structural Models", *Annals of Economic and Social Measurement*, 4 , 653-665.
- Birnbaum, L., J.M<sup>a</sup>. Del Aguila, G. Domínguez y P. Lekander (2002), "Why Electricity Markets Go Haywire?", *McKinsey Quarterly* 1.
- Bollerslev, T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heterokedasticity", *Journal of Econometrics*, 31 , 307-327.
- Bollerslev, T., R.F. Engle y D.B. Nelson (1994), "ARCH Models", in R,F, Engle and D,L, McFadden (eds.), *Handbook of Econometrics*, vol, 4, Amsterdam: Elsevier.
- Bollerslev, T. y E. Ghysels (1996), "Periodic Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", *Journal of Business and Economic Statistics*, 14 , 139-151.
- Borenstein, S. (2001), "The Trouble with Electricity Markets (and some Solutions)", POWER Working Paper 081, University of California Energy Institute.
- Boswijk, P.H. (2000), "Testing for a Unit Root with Near-Integrated Volatility", unpublished manuscript, Department of Quantitative Economics, Universiteit van Amsterdam.



- Boswijk, P.H. y J.A. Doornik (1999), "Distribution Approximations for Cointegration Tests with Stationary Exogenous Regressors", Discussion Paper 99-013/4, Tinbergen Institute.
- Carnero, A., D. Peña y E. Ruiz (2001), "Outliers and Conditional Autoregressive Heterocedasticity in Time Series", WP 01-07, Universidad Carlos III.
- Carnero, A., D. Peña y E. Ruiz (2002), "Is Stochastic Volatility more flexible than GARCH?", WP 01-08, Universidad Carlos III.
- Clewlow, L. y C. Strickland (2000), *Energy derivatives: Pricing and Risk Management*, Lacima Publications.
- Das, S.R. (2001), "The Surprise Element: Jumps in Interest Rate Diffusions", *Journal of Econometrics*, 106, 27-65.
- Das, S.R. y R.K. Sundaram (1999), "Of Smiles and Smirks: a Term Structure Perspective", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 34, 211-239.
- De Vany, A. S. y D.W. Walls (1999), "Cointegration Analysis of Spot Electricity Prices: Insights on Transmission Efficiency in the Western US", *Energy Economics*, 21, 435-488.
- Dickey, D.A. y W.A. Fuller (1979), "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-31.
- Duffie, D., S. Gray y P. Hoang (1998), "Volatility in Energy Prices", *Managing Energy Price Risk*, RiskPublications, Second Edition.
- Fabra, N. y J. Toro (2001), "Price Wars and Collusion in the Spanish Electricity "spot" Market", working paper, IDEI.

- Federico, G. y A. Whitmore (1999), “The Importance of Market Structure and Incentives in determining Energy Price Risk”, *Energy Modelling and the Management of Uncertainty*, RiskPublications
- Franses, P. H. y N. Haldrup (1994), “The Effects of Outliers on Unit Root and Cointegration”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 12 , 471-478.
- Hogan, W. W. (1998), “Competitive Electricity Market Design: a Wholesale Primer”, unpublished manuscript, Harvard Electricity Group.
- Hotta, L. K. y R. Tsay (1998), “Outliers in GARCH Process”, mimeo.
- Johnson, B. y G. Barz (1999), “Selecting Stochastic Process for Modelling Electricity Prices”, *Energy Modelling and the Management of Uncertainty*, RiskPublications.
- Jorion, P. (1989), “On Jump Processes in the Foreign Exchange and Stock Markets”, *Review of Financial Studies*, 1, 427-445.
- Karsen, K.F. y E. Husby (2000), “A Joint State-Space Model for Electricity Spot and Futures Prices”, Report no, 965, Norwegian Computing Center.
- Kim, K. y P. Schmidt (1993), “Unit Root Tests with Conditional Heteroscedasticity”, *Journal of Econometrics*, 59, 287-300.
- Knittel, C. R. y M. Roberts (2001), “An Empirical Examination of Deregulated Electricity Prices”, POWER WP-087, University of California Energy Institute.
- León, A. y A. Rubia (2001), “Comportamiento del Precio y Volatilidad en el Pool Eléctrico Español”, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas (IVIE), WP-2001-04.

- Ling, S., W.K. Li y M. McAleer (2001), "Estimation and Testing For Unit Root Processes with GARCH(1,1) Errors: Theory and Monte Carlo Evidence", Discussion Paper No 544, Institute of Social and Economic Research, Osaka University.
- Lucas, A. (1995), "An Outlier Robust Unit Root Test with an Application to the extended Nelson-Plosser data", *Journal of Econometrics*, 66, 153-173.
- Lucas, A. (1995b), "Unit root tests based on M estimators", *Econometric Theory*, 13, 331-346.
- Lucía, J. y E. Schwartz (2002), "Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange", *Review of Derivatives Research*, 5 (1), 5-50.
- Melino, A. (1994), "Estimation of Continuous-time Models in Finance", in *Advances in Econometrics, Sixth World Congress*, Volume II, edited by C. Sims, Cambridge University Press, Cambridge.
- Neely, C.J. (1999), "Target Zones and Conditional Volatility: the Role of Realignments", *Journal of Empirical Finance*, 6:2, 177-192.
- Nelson, D. B. (1990), "Stationarity and Persistence in the GARCH(1,1) Model", *Econometric Theory*, 6, 318-344.
- Ng, S. y P. Perron (1998), "Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power", Working paper 319, Boston University.
- Nieuwland, F., W. Verschoor y C. Wolff (1994), "Stochastic Trends and Jumps in EMS Exchange Rates", *Journal of International Money and Finance*, 13, 699-727.
- Pantula, S. G. (1989), "Estimation of Autoregressive Models with ARCH Errors", *Sankhya B*, 50, 119-138.

- Peters, T.A. y W. Veloce (1998), “Robustness of Unit Root Tests in ARMA Models with Generalized ARCH Errors”, mimeo, Brock University.
- Pindyck, R.S. (1999), “The Long-Run Evolution of Energy Prices”, *The Energy Journal*, 20, 1-27.
- Pirrong, C. y M. Jermakyan (1999), “The Price of Power: The Valuation of Power and Weather Derivatives”, working paper, Olin School of Business, Washington University.
- Schwartz, E. (1997), “The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging”, *Journal of Finance*, 52, 923-973.
- Schwartz, E. y J.E. Smith (2000), “Short-Term Variations and Long-Term Dynamics in Commodity Prices”, *Management Science*, 46, 893-911.
- Verhoeven, P. y M. McAleer (2000), “Modelling Outliers and Extreme Observations for ARMA-GARCH Process”, unpublished manuscript.
- Vlaar, P. y F.C. Palm (1993), “The Message in Weekly Exchange Rates in the European Monetary System: Mean Reversion, Conditional Heteroskedasticity and Jumps”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 11, 351-360.
- Vogelsang, T.J. (1999), “Two Simple Procedures for Testing for a Unit Root when there are Additive Outliers”, *Journal of Time series Analysis*, 20, 173-192.
- Wolak, F. (1997), “Market Design and Price Behavior in Restructured Electricity Markets: an International Comparison”, Working Paper, available at: <http://www-leland.stanford.edu/~wolak>



## **Capítulo 3:**

# **Valoración de Derivados Eléctricos: una Aproximación Bifactorial Con Saltos**

### **3.1 INTRODUCCIÓN**

Durante los últimos años, tanto Estados Unidos cómo la Unión Europea están llevando a cabo un importante proceso de desregulación del sector eléctrico. La principal característica de este proceso de desregulación es la creación de un mercado mayorista, con un mercado de contado (“spot”) opcional u obligatorio. En el mercado “spot” los generadores (oferentes) y los distribuidores-comercializadores (demandantes) determinan los precios y cantidades de equilibrio mediante un mecanismo de subasta<sup>1</sup>. El hecho de que la electricidad no sea almacenable, hace de la electricidad una mercancía peculiar. Los precios de equilibrio (vaciado de mercado) son muy volátiles y están sujetos a importantes y bruscos saltos temporales positivos. Como consecuencia, en la mayoría de los casos se ha creado, de forma paralela al proceso de desregulación, un mercado de instrumentos financieros que permita a los participantes determinar su

---

<sup>1</sup> Para una introducción al análisis de mercados eléctricos liberalizados, puede consultarse entre otros Fabra y Harbord (2001), Hogan (1998) y las referencias que se incluyen en estos trabajos.

nivel deseado de exposición al riesgo de mercado mediante el uso de instrumentos financieros (contratos futuros, opciones, “swaps”,...).

El principal objetivo de este capítulo es, por un lado, presentar un modelo para valoración de contratos de futuros y por otro, comprender el tipo de compensación que los agentes participantes en el mercado eléctrico requieren por soportar el riesgo de precio. Los modelos que proponemos están expresados en forma reducida y extienden trabajos previos de Schwartz y Smith<sup>2</sup> (2000), Lucía y Schwartz (2002) y Deng (2001), también tenemos en cuenta en la especificación de las variables de estado los resultados obtenidos por Pirrong y Jermakyan (2000), Bessembinder y Lemmon (2002) y Escribano, Peña y Villaplana (2002).

Proponemos dos conjuntos diferentes de modelos bifactoriales con saltos y estacionalidad para la valoración de derivados dependiendo si analizamos el precio “spot” ó el logaritmo del precio (log-precio). Ambos conjuntos de modelos (precio y log-precio) son modelos bifactoriales con saltos. Los modelos que proponemos son extensiones de Schwartz y Smith (2000) y Lucía y Schwartz (2002), los modelos propuestos en ambos trabajos pueden considerarse casos especiales de los modelos que en este trabajo se proponen. La mayor extensión es la incorporación de un componente de salto en el factor de corto plazo, permitiendo también que el proceso de intensidad (probabilidad de ocurrencia de salto) sea no constante. De esta forma, implementamos las sugerencias propuestas por Schwartz y Smith (2000) y Lucía y Schwartz (2002) y los resultados obtenidos, entre otros, por Escribano et al. (2002).

Hemos analizado dos tipos diferentes de saltos (distribución del tamaño salto Gaussiano y Exponencial). También extendemos la especificación para el factor de largo plazo

---

<sup>2</sup> Schwartz y Smith (2000) desarrolla un modelo bifactorial de precios de mercancías que permite reversión a la media en el corto plazo e incertidumbre en el nivel de equilibrio al cual los precios revierten.

(nivel de equilibrio), y especificamos el factor de largo plazo mediante un proceso Aritmético Browniano (como en el trabajo original de Schwartz y Smith, 2000) ó un proceso de Reversión a la Media. Por tanto, para cada subconjunto de modelos (precio “spot” y log-precio) tenemos cuatro modelos diferentes que son el resultado de combinar las dos diferentes especificaciones para el componente de salto y las dos especificaciones para el factor de largo plazo.

Modelizamos el comportamiento estocástico de las variables de estado (no observables) mediante procesos de difusión afines (“affine diffusions”, AD) y procesos de difusión afines con salto (“affine jump-diffusions”, AJD). Con estas especificaciones podemos utilizar el reciente análisis de transformadas de Duffie, Pan y Singleton (2000) y Chacko y Das (2002) y obtenemos fórmulas cerradas para la valoración de contratos de futuros. Dado que también obtenemos la función característica en forma analítica, podemos obtener el precio de otros derivados, por ejemplo opciones, mediante inversión de la función característica.

Uno de los principales objetivos de los mercados financieros en general, y de los mercados de futuros en particular, es facilitar la transferencia del riesgo a aquellos agentes que están dispuestos a soportarlo. La prima de riesgo (“forward premium”), definida como la diferencia entre el precio actual del contrato de futuros y el precio esperado en la fecha de vencimiento, representa la compensación requerida en equilibrio por aquellos agentes que soportan el riesgo de precio del subyacente. El signo y tamaño de la prima de riesgo debería estar, por tanto, relacionada con los riesgos económicos y la disponibilidad de los diferentes agentes a soportar estos riesgos (Hirshleifer, 1990; Longstaff y Wang, 2002).



Dada la importancia de los saltos en los precios de electricidad (ver por ejemplo Escribano et al., 2002), diferentes tipos de riesgo de precio pueden existir en los contratos de futuros eléctricos. Análisis empíricos preliminares (al menos para el mercado PJM) presentan evidencia sobre la existencia de una importante prima de riesgo con estacionalidad (con importantes diferencias en tamaño y signo), ver Pirrong y Jermakyan (2000). Bessembinder y Lemmon (2002) presentan un modelo de equilibrio y muestran la posible existencia de prima de riesgo en mercados eléctricos (cuyo tamaño y signo es función de la asimetría de precios de electricidad).

Existen algunos trabajos previos sobre valoración de contratos “forward” eléctricos. Lucía y Schwartz (2002) examinan la importancia del patrón regular (estacional) en los precios de la electricidad y sus implicaciones para la valoración de contratos “forward”. En su trabajo analizan modelos de difusión de uno y dos factores, extendiendo el modelo de *largo plazo - corto plazo* de Schwartz y Smith (2000), incorporando estacionalidad (mediante funciones deterministas) y aplicando el análisis a datos de futuros del NordPool. Por otro lado, Pirrong y Jermakyan (2000), Bessembinder y Lemmon (2002) y Longstaff y Wang (2002) entre otros, analizan la valoración de contratos “forward” para el mercado de Pennsylvania – Nueva Jersey – Maryland (PJM de aquí en adelante). Sus resultados muestran que los contratos “forward” eléctricos contienen una prima de riesgo importante, es decir, precios “forward” (precios esperados en vencimiento bajo la probabilidad riesgo-neutro) difieren de los precios esperados a vencimiento (bajo la función de probabilidad objetivo). Pirrong y Jermakyan (2000) (PJ en adelante) consideran la diferencia como un “prima por riesgo de demanda endógena” (“*endogenous market price of power demand risk*”). Bessembinder y Lemmon (2002) (BL en adelante) presentan un modelo de equilibrio

(con participación limitada), su modelo predice que “*“forward” power price is a downward biased predictor of the future “spot” price (negative “forward” premium) if expected power demand is low and demand risk is moderate. However, the equilibrium “forward” premium increases when either expected demand or demand variance is high, because the positive skewness in the “spot” power price distribution*”. La evidencia empírica (para el mercado PJM) presentada por BL y PJ indica que la prima de riesgo es positiva y mayor durante los meses de verano<sup>3</sup>, y negativa o cero durante el resto de meses. Mostraremos que el patrón estacional de la prima de riesgo puede ser capturado por nuestro modelo y que puede interpretarse como prima por “riesgo de salto”, relacionada con el patrón estacional de saltos (“spikes”) observado (bajo la medida de probabilidad objetiva) en el mercado PJM, ver Escribano et al. (2002). Lucía y Schwartz (2002) mostraron que el patrón, tamaño y signo de la prima de riesgo en el mercado NordPool no aparece de forma clara. Sus resultados para el modelo unifactorial muestran que la prima de riesgo es negativa, mientras que los resultados del modelo bifactorial muestran que la prima de riesgo es positiva (precio “forward” mayor que el precio esperado en vencimiento bajo la probabilidad objetiva). No obstante, sus resultados “cuantitativos” deben considerarse como preliminares. El hecho de que, tal y como se muestra en Escribano et al. (2002), el componente de salto sea comparativamente menos importante en el NordPool (comparado por ejemplo, con el mercado PJM) puede estar detrás de las diferencias en el comportamiento de la prima de riesgo. Lucía y Schwartz (2002) consideran como una línea de investigación interesante la inclusión de saltos y / ó la posibilidad de prima de riesgo estacional. En este trabajo tomamos esta línea propuesta tanto por Schwartz y Smith (2000) como por Lucía y

<sup>3</sup> En el mercado PJM la demanda es mayor durante los meses de verano, y los precios también son más volátiles con saltos. Ver Escribano et al. (2002) sobre la estacionalidad del comportamiento de los saltos en este mercado.

Schwartz (2002) y mostramos la existencia de “asimetría estacional” bajo la probabilidad objetiva, que puede trasladarse en “estacionalidad de la prima de riesgo”. Debe notarse, que al introducir el componente de salto somos capaces de discernir entre primas de riesgo generadas por los componentes de largo y corto plazo así como la prima de riesgo generada por la existencia de saltos. Parece razonable pensar, al menos a priori, que los agentes participantes en el mercado reaccionan de forma diferente ante diferentes tipos de incertidumbre. Nuestra especificación, por tanto, es más flexible que la propuesta tanto por Schwartz y Smith (2000) como por Lucía y Schwartz (2002), dado que permitimos que la prima de riesgo en contratos “forward” esté compuesta por diferentes tipos de prima de riesgo.

Mientras que PJ y BL presentan evidencia empírica y argumentos teóricos sobre la existencia y signo de la prima de riesgo en contratos “forward” eléctricos las implicaciones prácticas para la valoración de otro tipo de derivados es más limitada. En este trabajo presentamos un modelo que puede ser utilizado para la valoración de derivados y es capaz de capturar las características más relevantes de las curvas “forward” en el mercado PJM, documentadas por PJ, BL y Longstaff y Wang<sup>4</sup> (2002). Es decir, nuestra especificación captura la estacionalidad en saltos (ver Escribano et al., 2002) y en primas de riesgo (ver Bessembinder y Lemmon, 2002 y Pirrong y Jermakyan, 2000).

El artículo está organizado de la siguiente forma. La sección 2 presenta los preliminares matemáticos que nos permitirán obtener fórmulas cerradas para la valoración de contratos de futuros cuando el subyacente sigue un proceso de difusión con saltos. Esta sección sigue la presentación de Duffie, Pan y Singleton (2000). La sección 3 presenta

---

<sup>4</sup> Nuestro modelo y nuestros resultados preliminares también apoyan la hipótesis analizada por Longstaff y Wang (2000) según la cual “electricity forward prices are determined rationally by risk-averse economic agents”.

la especificación de las variables de estado bajo la probabilidad objetiva. En la sección 4 presentamos la especificación bajo la probabilidad riesgo-neutro y presentamos las fórmulas de valoración para los ocho modelos que presentamos en este trabajo. La calibración y el comportamiento empírico de las curvas teóricas se presenta en la sección 5. La última sección concluye y presenta posibles extensiones y líneas de investigación futuras.

### 3.2 RESULTADOS MATEMÁTICOS PRELIMINARES

La existencia de saltos en los mercados eléctricos desregulados en casi todos los países que han creado un mercado eléctrico mayorista, muestra la importancia de introducir estos saltos en un modelo de valoración de derivados. Es decir, para poder obtener estimaciones precisas de los precios de estos contratos contingentes, debemos ir más allá del supuesto de incertidumbre generada por modelos de difusión y debemos modelizar el vector de variables subyacentes mediante procesos de difusión con saltos. Un supuesto que ha demostrado ser muy útil en la literatura financiera es el suponer que el vector estado  $X$  sigue un proceso de difusión afin con saltos (“affine jump-diffusion process”, AJD). Un AJD es un proceso en el cuál el vector de deriva, la matriz “instantánea” de varianzas - covarianzas y las intensidades de los saltos, todos tiene una dependencia afin (lineal) en el vector de variables estado. Estos procesos han sido recientemente sintetizados y extendidos en Duffie, Pan y Singleton (2000) (DPS de aquí en adelante), véase también Chacko y Das (2002). Procesos de difusión afines (AD) y procesos de difusión afines con saltos (AJD) son bastante útiles a la hora de modelizar las variables de interés por varias razones. DPS han mostrado la relación entre la estructura de este tipo de modelos y algunos tipos de transformadas (Fourier), y como a

partir de estas transformadas podemos obtener los precios de contratos derivados<sup>5</sup>. Nosotros proponemos un modelo bifactorial con saltos para modelizar la evolución de precios “spot” en mercados eléctricos desregulados.

### 3.2.1.- Procesos de difusión afines con y sin saltos.

Modelizamos la evolución de las variables de estado subyacentes mediante procesos de difusión afines con saltos, en esta subsección seguimos la presentación de Duffie, Pan y Singleton (2000), ver también Chacko y Das (2002) y Piazzesi (2002).

Fijemos un espacio de probabilidades  $\{\Omega, \mathcal{F}, P\}$  y la filtración  $(\mathcal{F}_t) = \{\mathcal{F}_t : t \geq 0\}$ , y supongamos un proceso de Markov  $X_t$  en un espacio  $D \in \mathcal{R}^n$ , modelizado mediante la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$dX_t = \mu(X_t)dt + \sigma(X_t)dW_t + JdN(\lambda) \quad (1)$$

donde  $W_t$  es un Browniano  $\mathcal{F}_t$ -estándar en  $\mathcal{R}^n$ , y donde  $\mu(\cdot): D \rightarrow \mathcal{R}^n$  y  $\sigma(\cdot): D \rightarrow \mathcal{R}^n$  son respectivamente la función de deriva y de difusión, y  $JdN(\lambda)$  es un proceso de salto puro con intensidad  $\{\lambda(X_t): t \geq 0\}$ , y donde el tamaño del salto viene dado por la distribución  $J$  en  $\mathcal{R}^n$ . Intuitivamente,  $\mu(\cdot)$  y  $\sigma(\cdot)$  son los términos de deriva y difusión cuando no ocurren saltos en el proceso, y el término de salto captura los cambios discontinuos del proceso, que tiene ocurrencia de llegada del salto y tamaño del salto, ambos estocásticos. Es decir, condicional en el camino seguido por  $X$ , los momentos de ocurrencia del término de salto son los momentos de salto de un proceso de Poisson,

---

<sup>5</sup> Heston (1993) introdujo el uso de Transformadas de Fourier en la valoración de derivados. Mostró como las fórmulas de valoración de opciones de compra pueden ser calculadas a través de la inversión de Fourier de la función característica condicional, que a su vez tiene una fórmula analítica para su modelo volatilidad estocástica.

con intensidad, que puede ser no constante,  $\{\lambda(X_s) : 0 \leq s \leq t\}$ , y el tamaño del salto en el momento de salto  $s'$  es independiente del vector de variables de estado hasta ése momento  $\{X_s : 0 \leq s \leq s'\}$  y tiene distribución de probabilidad  $J$ .

Siguiendo Duffie, Pan y Singleton (2000) imponemos una estructura “afín” en las funciones  $\mu$ ,  $\sigma\sigma'$  y  $\lambda$ . Siguiendo la notación de DPS tenemos:

$$\mu(x) = K_0 + K_1 \cdot x \quad (1a)$$

$$(\sigma(x)\sigma(x)')_{ij} = (H_0)_{ij} + (H_1)_{ij} \cdot x \quad (1b)$$

$$\lambda(x) = l_0 + l_1 \cdot x \quad (1c)$$

$$R(x) = \rho_0 + \rho_1 \cdot x \quad (1d)$$

Donde  $K = \{K_0, K_1\} \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $H = \{H_0, H_1\} \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n \times n \times n}$ ,  $l = \{l_0, l_1\} \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$ ,  $\rho = (\rho_0, \rho_1) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$ . Sea  $\theta(c) = \int_{\mathbb{R}^n} \exp\{c \cdot z\} dv(z)$ , la transformada (“jump-transform”) de la distribución<sup>6</sup> del tamaño del salto. La función  $\theta(\bullet)$  determina completamente la distribución del tamaño del salto. En este trabajo asumimos tipos de interés constante ( $\rho_1 = 0$  en la ecuación (1d)), y por tanto los precios de futuros son iguales a precios “forward”. Sea  $\mathfrak{g} \equiv (K, H, l, \theta, \rho)$ ,  $\mathfrak{g}$  captura tanto la distribución del vector de procesos  $X$  como los efectos de descuento y determina la transformada<sup>7</sup>  $\Psi^{\mathfrak{g}}: \mathbb{C}^n \times \mathbb{D} \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{C}$  de  $X_T$  condicionada a la correspondiente filtración en  $t$   $\mathcal{F}_t$ ,  $t \leq T$ , donde

<sup>6</sup> Sea  $v$  la distribución del tamaño del salto y sea  $g(z)$  la correspondiente función de densidad, entonces,  $\theta \equiv \int \exp(cz) dv(z) = \int \exp(cz) g(z) dz$ . Por tanto,  $\theta$  es la función característica de la distribución del tamaño del salto. Dado que en este trabajo vamos a suponer que el tamaño del salto viene dado por una distribución Gaussiana ó por una distribución Exponencial,  $\theta$  será la función característica de una distribución Gaussiana ó Exponencial dependiendo de los supuestos particulares de cada modelo.

<sup>7</sup> En el marco general de DPS,  $u$  es un vector  $n$ -dimensional, que pertenece al conjunto de números complejos. A lo largo de este trabajo será necesario considerar  $u$  como un vector de números enteros. De hecho, a lo largo de este trabajo  $u$  será como mucho un vector bidimensional con 1 ó 0 en sus componentes.

$$\Psi^g(u, X, t, T) \equiv E^g \left[ \exp \left( - \int_t^T R(X_s) ds \right) \cdot e^{uX_T} | F_t \right] \quad (2)$$

donde  $E^g$  denota operador esperanza bajo la distribución de  $X$  determinada por  $\mathcal{G}$ . Nótese que la diferencia entre  $\Psi^g$  y la función característica condicional de la distribución de  $X_T$  es el factor de descuento.

Duffie, Pan y Singleton (2000) muestran que la estructura afin en (1) implica, bajo condiciones de regularidad, que  $\Psi(\bullet)$  tiene la forma exponencial-afin dada por:

$$\Psi^g(u, x, t, T) \equiv e^{\alpha(u, t, T) + \beta(u, t, T)x} \quad (3)$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  satisfacen las ecuaciones de Riccati:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \rho_0 - K_0^T \beta(t) - \frac{1}{2} \beta(t)^T H_0 \beta(t) - l_0(\theta(\beta(t)) - 1) \\ \dot{\beta}(t) &= \rho_1 - K_1^T \beta(t) - \frac{1}{2} \beta(t)^T H_1 \beta(t) - l_1(\theta(\beta(t)) - 1) \end{aligned} \quad (4)$$

con las condiciones,  $\beta(T) = u$  y  $\alpha(T) = 0$ .

Para los modelos basados en el logaritmo del precio mostramos que la fórmula para el precio de futuros está determinada completamente por  $\Psi(u, X, t, T)$  con  $u = (1, 1)$ , (ver Apéndice 3.A). No obstante, para los modelos basados en el nivel de precios hemos de calcular una versión simplificada<sup>8</sup> de la “transformada extendida” (“extended transform”) definida en DPS. De nuevo siguiendo la notación de DPS, definimos la

---

<sup>8</sup> En nuestras aplicaciones el cálculo de la “transformada extendida” se simplificará ya que trabajaremos con  $v = (1, 1)$  y  $u = (0, 0)$ .

“transformada extendida”  $\Phi^\theta: \mathfrak{R}^n \times \mathbb{C}^n \times D \times \mathfrak{R}_+ \times \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathbb{C}$  de  $X_T$  condicionada a la filtración correspondiente en  $t$   $F_t$ ,  $t \leq T$ , dada por

$$\Phi^\theta(v, u, X, t, T) = E^\theta \left( \exp \left( - \int_t^T R(X_s) ds \right) (v \cdot X_T) e^{u \cdot X_T} | F_t \right) \quad (5)$$

De nuevo, bajo condiciones de regularidad, incluyendo en este caso la diferenciabilidad de la transformada del salto  $\theta$ , puede demostrarse que:

$$\Phi^\theta(v, u, x, t, T) = \Psi^\theta(u, x, t, T) \cdot (A(t) + B(t) \cdot x) \quad (6)$$

donde  $\Psi^\theta$  viene dada por la expresión (3) y donde  $A$  y  $B$  satisfacen las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales:

$$-\dot{B}(t) = K_1^T B(t) + \beta(t) H_1 B(t) + l_1 \nabla \theta(\beta(t)) B(t) \quad (7a)$$

$$-\dot{A}(t) = K_0 B(t) + \beta(t)^T H_0 B(t) + l_0 \nabla \theta(\beta(t)) B(t) \quad (7b)$$

con las condiciones  $B(T) = v$  y  $A(T) = 0$ , y donde  $\nabla \theta(c)$  es el gradiente de  $\theta(c)$  con respecto a  $c \in \mathbb{C}^n$ . En el Apéndice 3.A (ver ecuaciones A.1 y A.2) mostramos la conexión entre las expresiones (3) y (6) y la fórmula de valoración para contratos de futuros para los modelos basados en el logaritmo del precio y en el precio.



### **3.3 ESPECIFICACIÓN DE LAS VARIABLES DE ESTADO BAJO LA MEDIDA DE PROBABILIDAD EMPÍRICA.**

Tal y como hemos comentado en anteriores secciones, proponemos dos conjuntos de modelos dependiendo de si analizamos modelos basados en el nivel del precio “spot” ó modelos basados en el logaritmo del precio. Tradicionalmente, los modelos de precios de mercancías se han formulada en términos del logaritmo del precio (ver por ejemplo Schwartz, 1997 y Schwartz y Smith, 2000). Consideramos que en el caso de precios de electricidad, y debido la existencia de saltos, los modelos para valoración de derivados sobre la electricidad deberían especificarse en niveles. La razón estriba en que la transformación logarítmica afecta la estimación del componente de salto, en particular en aquellos mercados en los que el salto es relativamente menos importante, la transformación logarítmica puede afectar la estimación de los saltos. La transformación logarítmica afecta a la asimetría de la serie (que en nuestro modelo viene generada por el componente de salto). La evidencia empírica presentada por Lucía y Schwartz (2002) y por Escribano et al. (2002) parece favorecer la especificación basada en niveles. De hecho, Lucía y Schwartz (2002) encuentran que con los modelos basados en el precio obtienen mejores resultados. Por otro lado, tal y como han apuntado Bessembinder y Lemmon (2002) y Pirrong y Jermakyan (2000), la prima de riesgo observada en los contratos con vencimiento en verano en el mercado PJM está conectada con prima de riesgo por asimetría, es decir con prima de riesgo por salto. Por tanto, podría darse el caso que en algunos mercados, si el analista utiliza series del logaritmo del precio no sea capaz de capturar la estacionalidad en la asimetría ( o la estacionalidad en saltos) de la serie en niveles. En cualquier caso, presentamos ambos

conjuntos de modelos y derivamos la fórmulas de valoración para los modelos basado en el precio y para los basados en el logaritmo del precio.

Todas las especificaciones incluyen un factor determinista (función sinusoidal) que intenta capturar la estacionalidad observada en los precios “spot” y en los precios de los contratos de futuros. Ambos conjuntos de modelos, precio y log-precio, son modelos bifactoriales con saltos. Tal y como hemos comentado, los dos factores se basan, parcialmente, en la especificación inicialmente propuesta por Schwartz y Smith (2000). La principal diferencia es que en nuestros modelos permitimos que el proceso de corto plazo (con reversión a la media) incluya saltos (con la posibilidad de que la intensidad del proceso sea no constante). Hemos analizado dos tipos diferentes de saltos (distribución del tamaño del salto Gaussiano y Exponencial). Otra extensión ha sido permitir dos especificaciones diferentes para el factor de largo plazo (Proceso Browniano Aritmético y un proceso con Reversión a la Media).

Para cada subconjunto de modelos (nivel de precios ó logaritmo del precio) tenemos cuatro modelos diferentes, que son el resultado de combinar las dos especificaciones diferentes del componente de salto y las dos especificaciones para el factor de largo plazo, en total presentamos ocho modelos. Por tanto, los modelos que proponemos difieren entre ellos en tres características:

- a) Variable relevante: Precio vs. Logaritmo del Precio
- b) Distribución del tamaño de salto: Gaussiano vs. Exponencial
- c) Factor de largo plazo: Movimiento Browniano Aritmético vs. Proceso de Reversión a la media.

Las Tablas 1 y 2 resumen los modelos que analizamos.

Tabla 1: Resumen de las especificaciones de las variables de estado relevantes				
Precio / Log-Precio	Modelo 1a	Modelo 1b	Modelo 2a	Modelo 2b
<b>Factor Corto Plazo (<math>\chi</math>)</b> <b>con</b> <b>Componente de Salto:</b> intensidad estacional distrib. tamaño: Gauss./Exp.	Ornstein-Uhlenbeck + Tamaño salto Gaussiano	Ornstein-Uhlenbeck + Tamaño salto Exponencial	Ornstein-Uhlenbeck + Tamaño salto Gaussiano	Ornstein-Uhlenbeck + Tamaño salto Exponencial
<b>Factor Largo Plazo</b> <b>(nivel de equilibrio) : <math>\xi</math></b>	Proceso Browniano Aritmético	Proceso Browniano Aritmético	Ornstein-Uhlenbeck	Ornstein-Uhlenbeck

Las especificaciones de las variables de estado de los dos primeros modelos (Modelo 1a y Modelo 1b) son las propuestas por Schwartz y Smith (2000) y Lucía y Schwartz (2002) pero con saltos. En ambos artículos el primer factor captura los movimientos a corto plazo y son modelizados con un proceso Ornstein-Uhlenbeck (OU) mientras que el segundo factor (nivel de equilibrio a largo plazo) es modelizado mediante un Proceso Browniano Aritmético. Una de las principales contribuciones de este trabajo es la introducción del componente de salto en el factor de desviaciones a corto plazo  $\chi$ . Analizamos dos especificaciones diferentes para el componente de salto y permitimos que la intensidad del proceso de Poisson sea no constante. Tomamos en cuenta dos especificaciones diferentes, en los Modelos 1a y 2a suponemos que la distribución del salto es Gaussiano mientras que en los modelos 1b y 2b permitimos que existan dos tipos de saltos (ver también Deng, 2001), cada uno de ellos con la magnitud del salto distribuida exponencialmente. El supuesto de Gaussianidad de la distribución del tamaño del salto, impone simetría en la distribución del salto mientras que el supuesto

exponencial permite asimetría y separa saltos positivos y negativos. Schwartz y Smith (2000) considera la inclusión de saltos como una posible extensión interesante para el análisis de precios de electricidad, pero ningún trabajo, al menos que nosotros conozcamos, ha seguido esa línea de investigación. Nuestro modelo general tiene en cuenta desviaciones (corto plazo) del nivel de equilibrio y también permite desviaciones importantes de muy corta duración en forma de saltos. A su vez dado que el proceso de desregulación de los mercados eléctricos es reciente, podría existir cierta incertidumbre acerca del nivel de equilibrio de los precios (amenazas de nuevos entrantes, posibilidad de desintegración horizontal y vertical, riesgo regulatorio,...), que es capturada al permitir que el nivel de equilibrio sea estocástico. Schwartz y Smith (2000) originalmente asumieron que el nivel de equilibrio seguía<sup>9</sup> un proceso Browniano Aritmético (ABM). Este supuesto introduce una tendencia (positiva ó negativa) en la fórmula de valoración de contratos de futuros (ver Tablas 3 y 4). Hemos introducido un supuesto alternativo, factor de largo plazo<sup>10</sup> con reversión a la media. Esta especificación puede ser más interesante que el supuesto de ABM, originalmente propuesto por Schwartz y Smith (2000) y utilizada también por Lucía y Schwartz (2002). Mientras que la especificación ABM introduce tendencia determinista en las fórmulas de valoración de los contratos de futuros (tanto en los modelos basados en el nivel de precios como los basados en el logaritmo del precio), un nivel de equilibrio con reversión a la media puede ser más útil para capturar aumentos o disminuciones transitorias (pero duraderas) del precio de equilibrio, que en el muy largo plazo acaba

<sup>9</sup> Hemos de notar que Schwartz y Smith (2000) usan su modelo teórico para el análisis de contratos “forward” sobre el petróleo, y por tanto el supuesto sobre el factor de largo plazo puede ser diferente dependiendo de la mercancía que se analice.

<sup>10</sup> Modelos con variable de equilibrio con reversión a la media han sido analizados en la literatura por Balduzzi et al. (1996, 1998 y 2000) y Jegadeesh y Pennachi (1996), en modelos con “tendencia central estocástica” para tipos de interés.

convergiendo aun nivel de equilibrio medio. Por ejemplo, en aquellos sistemas en los que la electricidad esté generada principalmente por recursos hídricos, durante años de bajo nivel de reservas el nivel de equilibrio podría aumentar temporalmente durante unos pocos meses debido al cambio en la estructura de coste en el lado de la oferta. Con un nivel de equilibrio modelizado mediante un proceso con reversión a la media, no forzamos al nivel de equilibrio a aumentar o disminuir de forma sistemática, sino que permitimos que el nivel de equilibrio sea diferente durante algunos meses, si existe un cambio temporal en la estructura de costes del mercado, debido por ejemplo a una disminución en la capacidad de generación. Cual de las dos especificaciones (ABM ó Reversión a la Media) es más correcta para un mercado concreto requiere una respuesta empírica. Aunque la inclusión de un proceso de largo-plazo puede ser interesante en algunas aplicaciones que deben tener en cuenta el comportamiento a largo plazo de los precios de electricidad (por ejemplo valoración de opciones reales), debe notarse que un factor de largo plazo (independientemente de la especificación que se use) no tendrá un papel demasiado relevante en la valoración de contratos de futuros, que usualmente no tendrán vencimiento más allá, en el mejor de los casos, de unos pocos años. Tal y como Bessembinder y Lemmon (2002) apuntan (y muestran de forma empírica al menos para el mercado PJM) la prima de riesgo en los contratos “forward” se debe a la asimetría (gobernada en nuestros modelos por el componente de salto) de la distribución de precios de la electricidad en vencimiento. (Puede demostrarse que la asimetría de la distribución es generada principalmente por el componente de salto, por ejemplo mediante la derivación de la función característica que puede ser calculada utilizando el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que hemos presentado en la sección anterior).

Tabla 2: Resumen modelos teóricos bajo la medida de probabilidad objetiva (empírica).

Modelo	Especificación Nivel Precio	Especificación Log-Precio
<b>Modelo 1a:</b> * Corto plazo: OU * Salto: Gaussiano * Largo plazo: ABM	$S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -k_\chi \chi_t dt + \sigma_\chi dZ_\chi + J(\mu_J, \sigma_J^2) d\Pi(\lambda_t)$ $d\xi_t = \mu_\xi dt + \sigma_\xi dZ_\xi$ $dZ_\chi dZ_\xi = \rho dt$	$\ln S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -k_\chi \chi_t dt + \sigma_\chi dZ_\chi + J(\mu_J, \sigma_J^2) d\Pi(\lambda_t)$ $d\xi_t = \mu_\xi dt + \sigma_\xi dZ_\xi$ $dZ_\chi dZ_\xi = \rho dt$
<b>Modelo 2a:</b> * Corto plazo: OU * Salto: Gaussiano * Largo plazo: MR	$S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -k_\chi \chi_t dt + \sigma_\chi dZ_\chi + J(\mu_J, \sigma_J^2) d\Pi(\lambda_t)$ $d\xi_t = k_\xi (\bar{\xi} - \xi_t) dt + \sigma_\xi dZ_\xi$ $dZ_\chi dZ_\xi = \rho dt$	$\ln S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -k_\chi \chi_t dt + \sigma_\chi dZ_\chi + J(\mu_J, \sigma_J^2) d\Pi(\lambda_t)$ $d\xi_t = k_\xi (\bar{\xi} - \xi_t) dt + \sigma_\xi dZ_\xi$ $dZ_\chi dZ_\xi = \rho dt$
<b>Modelo 1b:</b> * Corto plazo: OU * Salto: Exponencial * Largo plazo: ABM	$S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -k_\chi \chi_t dt + \sigma_\chi dZ_\chi + J_u(\eta_u) dN(\lambda_{t,u}) - J_d(\eta_d) dN(\lambda_{t,d})$ $d\xi_t = \mu_\xi dt + \sigma_\xi dZ_\xi$ $dZ_\chi dZ_\xi = \rho dt$	$\ln S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -k_\chi \chi_t dt + \sigma_\chi dZ_\chi + J_u(\eta_u) dN(\lambda_{t,u}) - J_d(\eta_d) dN(\lambda_{t,d})$ $d\xi_t = \mu_\xi dt + \sigma_\xi dZ_\xi$ $dZ_\chi dZ_\xi = \rho dt$
<b>Modelo 2b:</b> * Corto plazo: OU * Salto: Gaussiano * Largo plazo: MR	$S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -k_\chi \chi_t dt + \sigma_\chi dZ_\chi + J_u(\eta_u) dN(\lambda_{t,u}) - J_d(\eta_d) dN(\lambda_{t,d})$ $d\xi_t = k_\xi (\bar{\xi} - \xi_t) dt + \sigma_\xi dZ_\xi$ $dZ_\chi dZ_\xi = \rho dt$	$\ln S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -k_\chi \chi_t dt + \sigma_\chi dZ_\chi + J_u(\eta_u) dN(\lambda_{t,u}) - J_d(\eta_d) dN(\lambda_{t,d})$ $d\xi_t = k_\xi (\bar{\xi} - \xi_t) dt + \sigma_\xi dZ_\xi$ $dZ_\chi dZ_\xi = \rho dt$

### 3.4 PROCESOS RIESGO NEUTROS Y VALORACIÓN

En todos los modelos que hemos propuesto en la sección anterior existen cuatro fuentes de incertidumbre, aquellas generadas por factores de difusión (incertidumbre en el corto plazo y a largo plazo) y dos fuentes de incertidumbre generadas por el componente de salto. El riesgo de salto está compuesto por riesgo de intensidad del salto (“jump intensity risk”) y por el riesgo de tamaño de salto (“jump size risk”). Los parámetros riesgo-neutros<sup>11</sup> vienen dados por tanto, por  $(\phi_\chi, \phi_\xi, \lambda^*, \mu_J^*)$ . La falta de liquidez en los mercados “forward” eléctricos implican que los contratos “forward” observables son aquellos con vencimientos menores. Por tanto, en este punto de desarrollo de los contratos de derivados sobre electricidad, los componentes más importantes para la valoración de contratos “forward” son el precio de riesgo de corto plazo ( $\phi_\chi$ ) y la prima de riesgo por salto  $(\lambda^*, \mu_J^*)$ . Si nos centramos en los precios de riesgo de salto, podemos permitir que el tamaño medio del salto bajo la probabilidad riesgo-neutro  $\mu_J^*$  sea diferente al parámetro correspondiente bajo la probabilidad objetivo (generadora de los precios “spot”)  $\mu_J$ , y por tanto al permitir que  $\mu_J^*$  pueda ser diferente a  $\mu_J$  estamos incorporando una prima de riesgo por tamaño de salto. Por otro lado, también podemos incorporar una prima por “riesgo de ocurrencia de salto” (“jump-timing risk”), si permitimos que el parámetro  $\lambda_t^*$ , que gobierna la probabilidad de ocurrencia de salto bajo la probabilidad riesgo-neutro, sea diferente al parámetro  $\lambda_t$ . Por tanto, diferencias entre  $\mu_J$  y  $\mu_J^*$  y entre  $\lambda_t$  y  $\lambda_t^*$ , serán una medida de prima de riesgo que el mercado demanda por soportar el riesgo generado por los componentes del proceso de salto. En este trabajo hacemos el supuesto simplificador (ver también Pan,

---

<sup>11</sup> Bajo la probabilidad empírica (u objetiva),  $\phi_\chi = \phi_\xi = 0$ , el proceso de intensidad (probabilidad de ocurrencia de saltos) viene dado por  $\lambda_t$  y el tamaño medio del salto es  $\mu_J$ .

2002) de considerar que toda la prima de riesgo por salto es capturada por la prima asociada al tamaño del salto, y por tanto estamos suponiendo  $\lambda_i^* = \lambda_i$ . Una vez hemos especificado los modelos bajo la probabilidad riesgo-neutro, debemos aplicar el análisis de transformadas para obtener los precios de los contratos de futuros sobre electricidad. En las Tablas 3 y 4 se presentan las especificaciones de los modelos bajo la probabilidad riesgo-neutro y las fórmulas de valoración para los modelos en nivel de precios y en logaritmo del precio, respectivamente. Presentamos parte de las derivaciones de las fórmulas de valoración de forma detallada en el Apéndice.



Tabla 3: Resumen modelos teóricos y formulas valoración. Especificación Nivel Precio.

Modelo	Especificación Riesgo Neutro	Fórmula Valoración Futuros
<b>Modelo 1a</b> * Corto plazo: OU * Salto: Gaussiano * Largo Plazo: ABM	$S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -(k_\chi \chi_t + \phi_\chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J(\mu_J^*, \sigma_J^2)d\Pi(\lambda_t)$ $d\xi_t = (\mu_\xi - \phi_\xi)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^*$ $dZ_\chi^* dZ_\xi^* = \rho dt$	$F(t, T, S_t) = f(T) + (\mu_\xi - \phi_\xi)\tau - \frac{\phi_\chi}{k_\chi}(1 - e^{-k_\chi \tau})$ $+ e^{-k_\chi \tau} \chi_t + \xi_t + \lambda_T \frac{\mu_J^*}{k_\chi}(1 - e^{-k_\chi \tau})$
<b>Modelo 2a</b> * Corto plazo: OU * Salto: Gaussiano * Largo plazo: MR	$S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -(k_\chi \chi_t + \phi_\chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J(\mu_J^*, \sigma_J^2)d\Pi(\lambda_t)$ $d\xi_t = k_\xi(\bar{\xi}^* - \xi_t)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^*$ $dZ_\chi^* dZ_\xi^* = \rho dt$	$F(t, T, S_t) = f(T) + \bar{\xi}^*(1 - e^{-k_\xi \tau}) - \frac{\phi_\chi}{k_\chi}(1 - e^{-k_\chi \tau})$ $+ e^{-k_\chi \tau} \chi_t + e^{-k_\xi \tau} \xi_t + \lambda_T \frac{\mu_J^*}{k_\chi}(1 - e^{-k_\chi \tau})$
<b>Modelo 1b</b> * Corto plazo: OU * Salto: Exponencial * Largo plazo: ABM	$S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -(k_\chi \chi_t + \phi_\chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J_u^*(\eta_u^*)d\Pi(\lambda_{t,u}) - J_d^*(\eta_d^*)d\Pi(\lambda_{t,d})$ $d\xi_t = (\mu_\xi - \phi_\xi)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^*$ $dZ_\chi^* dZ_\xi^* = \rho dt$	$F(t, T, S_t) = f(T) + (\mu_\xi - \phi_\xi)\tau - \frac{\phi_\chi}{k_\chi}(1 - e^{-k_\chi \tau})$ $+ e^{-k_\chi \tau} \chi_t + \xi_t + \sum_{i=up, down} \lambda_{i,T}(1 - e^{-k_\chi \tau}) \frac{\eta_i^*}{k_\chi}$
<b>Modelo 2b</b> * Corto plazo: OU * Salto: Exponencial * Largo plazo: MR	$S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -(k_\chi \chi_t + \phi_\chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J_u^*(\eta_u^*)d\Pi(\lambda_{t,u}) - J_d^*(\eta_d^*)d\Pi(\lambda_{t,d})$ $d\xi_t = k_\xi(\bar{\xi}^* - \xi_t)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^*$ $dZ_\chi^* dZ_\xi^* = \rho dt$	$F(t, T, S_t) = f(T) + \bar{\xi}^*(1 - e^{-k_\xi \tau}) - \frac{\phi_\chi}{k_\chi}(1 - e^{-k_\chi \tau})$ $+ e^{-k_\chi \tau} \chi_t + e^{-k_\xi \tau} \xi_t + \sum_{i=up, down} \lambda_{i,T}(1 - e^{-k_\chi \tau}) \frac{\eta_i^*}{k_\chi}$

Tabla 4: Resumen modelos teóricos y formulas valoración. Especificación Log-Precio.

Modelo	Especificación Riesgo Neutro	Fórmula Valoración
Modelo 1a: *Corto plazo: OU *Salto: Gaussiano *Largo plazo: ABM	$\ln S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -(k_\chi \chi_t + \phi_\chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J(\mu_j^*, \sigma_j^2)d\Pi(\lambda_t)$ $d\xi_t = (\mu_\xi - \phi_\xi)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^*$ $dZ_\chi^* dZ_\xi^* = \rho dt$	$F_{1a}(\tau, S_t) = \exp \left( f(T) - \frac{\phi_\chi}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + \mu_\xi^* \tau + \frac{\sigma_\xi^2 \tau}{2} + \frac{\sigma_\chi^2}{4k_\chi} [1 - e^{-2k_\chi \tau}] \right. \\ \left. + \frac{\sigma_\chi \sigma_\xi \rho}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + \xi_t + e^{-k_\chi \tau} \chi_t + B(\tau) \right)$ $B(\tau) = \lambda_\tau \int_t^T \left( \exp \left( \mu_j^* e^{-k_\chi (T-s)} + \frac{1}{2} \sigma_j^2 e^{-2k_\chi (T-s)} \right) - 1 \right) ds$
Modelo 2a: *Corto plazo: OU *Salto: Gaussiano *Largo plazo: MR	$\ln S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -(k_\chi \chi_t + \phi_\chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J(\mu_j^*, \sigma_j^2)d\Pi(\lambda_t)$ $d\xi_t = k_\xi (\bar{\xi}^* - \xi_t)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^*$ $dZ_\chi^* dZ_\xi^* = \rho dt$	$F_{2a}(t, T, S_t) = \exp \left( f(T) - \frac{\phi_\chi}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + \bar{\xi}^* [1 - e^{-k_\xi \tau}] + \frac{\sigma_\chi^2}{4k_\chi} [1 - e^{-2k_\chi \tau}] \right. \\ \left. + \frac{\sigma_\xi^2}{4k_\xi} [1 - e^{-2k_\xi \tau}] + \frac{\sigma_\chi \sigma_\xi \rho}{k_\chi + k_\xi} [1 - e^{-(k_\chi + k_\xi) \tau}] + e^{-k_\chi \tau} \chi_t + e^{-k_\xi \tau} \xi_t + B(\tau) \right)$
Modelo 1b: *Corto plazo: OU *Salto: Exponencial *Largo plazo: ABM	$\ln S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -(k_\chi \chi_t + \phi_\chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J_u^*(\eta_u^*)d\Pi(\lambda_{u,t}) - J_d^*(\eta_d^*)d\Pi(\lambda_{d,t})$ $d\xi_t = (\mu_\xi - \phi_\xi)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^*$ $dZ_\chi^* dZ_\xi^* = \rho dt$	$F_{1b}(t, T, S_t) = \exp \left( f(T) - \frac{\phi_\chi}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + (\mu_\xi - \phi_\xi) \tau + \frac{\sigma_\xi^2 \tau}{2} + \frac{\sigma_\chi^2}{4k_\chi} [1 - e^{-2k_\chi \tau}] \right. \\ \left. + \frac{\sigma_\chi \sigma_\xi \rho}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + \xi_t + e^{-k_\chi \tau} \chi_t + C(\tau) \right); C(\tau) = \sum_{i=up, down} \frac{\lambda_{T,i}}{k_\chi} \ln \left( \frac{\eta_{J,i}^* \exp(-k_\chi \tau) - 1}{\eta_{J,i}^* - 1} \right)$
Modelo 2b: *Corto plazo: OU *Salto: Exponencial *Largo plazo: ABM	$\ln S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$ $d\chi_t = -(k_\chi \chi_t + \phi_\chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J_u^*(\eta_u^*)d\Pi(\lambda_{u,t}) - J_d^*(\eta_d^*)d\Pi(\lambda_{d,t})$ $d\xi_t = k_\xi (\bar{\xi}^* - \xi_t)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^*$ $dZ_\chi^* dZ_\xi^* = \rho dt$	$F_{2b}(t, T, S_t) = \exp \left( f(T) - \frac{\phi_\chi}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + \bar{\xi}^* [1 - e^{-k_\xi \tau}] + \frac{\sigma_\chi^2}{4k_\chi} [1 - e^{-2k_\chi \tau}] \right. \\ \left. + \frac{\sigma_\xi^2}{4k_\xi} [1 - e^{-2k_\xi \tau}] + \frac{\sigma_\chi \sigma_\xi \rho}{k_\chi + k_\xi} [1 - e^{-(k_\chi + k_\xi) \tau}] + e^{-k_\chi \tau} \chi_t + e^{-k_\xi \tau} \xi_t + C(\tau) \right)$

Nos vamos a centrar en el Modelo 1a (especificación nivel de precios) con mayor detalle para exponer con mayor facilidad las fórmulas de valoración, sus implicaciones sobre el comportamiento de la prima de riesgo y para el análisis empírico.

### **Modelo 1a (Nivel de Precios)**

#### **Factor de corto plazo con reversión a la media y tamaño de salto Gaussiano + Nivel de equilibrio Browniano Aritmético**

Por motivos de exposición presentamos de nuevo el Modelo 1a (nivel de precios) bajo la medida de probabilidad empírica (objetivo). Es decir, en este modelo suponemos que el precio de la electricidad sigue la siguiente especificación:

$$\begin{aligned}
 S_t &= f(t) + \chi_t + \xi_t \\
 d\chi &= -k_\chi \chi dt + \sigma_\chi dZ_\chi + J(\mu_J, \sigma_J) d\Pi(\lambda_t) \\
 d\xi &= \mu_\xi dt + \sigma_\xi dZ_\xi \\
 dZ_\chi dZ_\xi &= \rho dt
 \end{aligned}
 \tag{8a}$$

En palabras, el precio de la electricidad viene dado por tres componentes. El primero es una función determinista estacional (por ejemplo modelizada mediante funciones sinusoidales o “dummies”), el segundo y el tercer componente son variables de estado no observables.  $\chi$  captura los movimientos de corto plazo del precio de la electricidad, es un proceso con reversión a la media y saltos. La probabilidad de ocurrencia de los saltos viene dado por  $\lambda_t$ , y dada la ocurrencia de un salto el tamaño del salto viene generado por una distribución Gaussiana, con media  $\mu_J$  y desviación estándar  $\sigma_J$ . Finalmente,  $\xi$  representa el nivel de equilibrio de largo plazo, y en esta especificación viene dado por un ABM.

Para la valoración de derivados, hemos de utilizar procesos bajo la probabilidad riesgo neutro para describir la evolución de las variables de estado. En nuestro modelo hemos de introducir dos parámetros adicionales  $\phi_\chi$  y  $\phi_\xi$  que suponen reducciones constantes en los procesos de deriva de cada uno de los procesos. Además, el tamaño medio del salto ( $\mu_J$ ) y la probabilidad media de observar un salto ( $\lambda$ ) pueden ser diferentes bajo la medida de probabilidad riesgo-neutro. Tal y como hemos comentado previamente suponemos que la intensidad del proceso bajo la medida de probabilidad objetivo y bajo la medida de probabilidad riesgo-neutro son iguales, por tanto, toda la prima de riesgo por salto será capturada “artificialmente” por la prima de riesgo asociada al tamaño del salto.

Específicamente, bajo la medida de probabilidad riesgo neutro el proceso estocástico viene dado por:

$$\begin{aligned} S_t &= f(t) + \chi_t + \xi_t \\ d\chi &= -(k_\chi \chi + \phi_\chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J(\mu_J^*, \sigma_J) d\Pi(\lambda_t) \\ d\xi &= (\mu_\xi - \phi_\xi)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^* \\ dZ_\chi^* dZ_\xi^* &= \rho dt \end{aligned} \tag{8b}$$

donde  $\phi_\chi$  y  $\phi_\xi$  son el precio de riesgo de mercado correspondiente a incertidumbre en el corto plazo y a incertidumbre de largo plazo, respectivamente. Suponemos que ambos son constantes<sup>12</sup>.  $\mu_J^*$  es el tamaño medio del salto bajo la medida de probabilidad riesgo-neutro. Tal y como hemos comentado con anterioridad, captura la compensación requerida por los agentes por soportar el riesgo de salto (dado que hemos hecho el

<sup>12</sup> Especificaciones alternativas podrían incluirse, mientras se satisfagan las condiciones de los modelos afines. En particular podríamos suponer que son lineales en las variables de estado.

supuesto simplificador de que no existe compensación por riesgo de probabilidad de ocurrencia (intensidad del proceso de Poisson) de salto.

A partir de la metodología (resolución de sistema de ecuaciones diferenciales) que hemos presentado con anterioridad (ecuaciones 7a-7b, sección 2, con  $u = (0,0)$  y  $v = (1,1)$ ), el precio de los contratos de futuros bajo este modelo viene dado por la siguiente ecuación (presentamos la derivación más detallada en el Apéndice):

$$F(t, T, S_t) = f(t) + \mu_{\xi}^* \tau - \frac{\phi_{\chi}}{k_{\chi}} (1 - e^{-k_{\chi} \tau}) + e^{-k_{\chi} \tau} \chi_t + \xi_t + \lambda_T \frac{\mu_J^*}{k_{\chi}} (1 - e^{-k_{\chi} \tau}) \quad (9)$$

donde  $\tau = T - t$ , y  $\mu_{\xi}^* = \mu_{\xi} - \phi_{\xi}$  y  $\lambda_T$  representa la función de intensidad del salto, y está compuesta por cuatro “dummies” estacionales (otoño, invierno, primavera y verano<sup>13</sup>).

Podemos comprobar que el precio del contrato de futuros está compuesto por cuatro componentes. El primer término  $f(T)$  está relacionado con el comportamiento estacional (determinista) de los precios de electricidad, segundo componente el captura las primas de riesgo de la incertidumbre a corto y largo plazo, y viene determinado por la expresión  $\mu_{\xi}^* \tau - \frac{\phi_{\chi}}{k_{\chi}} (1 - e^{-k_{\chi} \tau})$ , el tercer componente captura las desviaciones de corto plazo y el nivel de equilibrio  $(e^{-k_{\chi} \tau} \chi_t + \xi_t)$  y el último término captura el componente de salto.

<sup>13</sup> “invierno” es una variable “dummy” que toma el valor 1 si la observación es en Diciembre, Enero o Febrero y cero en el resto de meses; “primavera” toma el valor 1 si la observación es en los meses de Marzo, Abril o Mayo y cero en el resto de meses; “verano” toma el valor 1 si la observación es en Junio, Julio o Agosto y cero en el resto de meses; “otoño” toma el valor 1 si la observación es en los meses de Septiembre, Octubre o Noviembre y cero en el resto de meses.

Bessembinder y Lemmon (2002) predicen que en los mercados eléctricos la prima de riesgo<sup>14</sup>, posiblemente estacional, debería estar relacionada con la asimetría de la variable subyacente. En particular, cuando el riesgo de demanda es bajo (y por tanto baja asimetría) la prima de riesgo debería ser negativa (ó cercana a cero) mientras que durante períodos de riesgo alto de demanda (alta asimetría en la distribución del precio “spot”) la prima de riesgo debería ser positiva. Nótese que efectivamente en nuestra fórmula de valoración este patrón puede capturarse, dada la relación entre saltos y asimetría de la distribución del precio. Durante períodos donde la probabilidad de saltos es cero (ó en situaciones con  $\mu_j^* \approx \mu_j$ ), la prima de riesgo vendrá determinada principalmente por  $\phi_x$ . Dada la evidencia empírica presentada por Bessembinder y Lemmon (2002), Pirrong y Jermakyan (2000) para el mercado PJM, nuestro modelo es capaz de replicar este patrón si  $\phi_x < 0$  y  $\mu_j^* > \mu_j$ . Esta situación implicaría que los productores están dispuestos a vender a futuro mediante contratos de futuros con vencimiento en períodos con baja asimetría, es decir, baja probabilidad de ocurrencia de saltos, mientras que existiría una importante prima de riesgo por salto en los otros períodos, por tanto los distribuidores están dispuestos a comprar a futuro aunque tengan que pagar una prima de riesgo importante.

Al obtener una fórmula analítica para el precio de futuros también somos capaces de derivar una fórmula explícita para la prima de riesgo. En particular, el valor esperado de  $S_T$  en  $t$  bajo la medida de probabilidad objetivo ( $P$ ) viene dada por la siguiente expresión:

<sup>14</sup> La Prima de Riesgo ( $RP_t$ ) se define como la diferencia entre el precio actual de futuros y el precio esperado en vencimiento, ie.  $RP_t = F(t, T, S) - E_t^P(S_T)$ , donde el operador esperanza es bajo la medida de probabilidad objetivo.

$$E^P(S_T|F_t) = f(T) + \mu_\xi \tau + e^{-k_\chi \tau} \chi_t + \xi_t + \lambda_T \frac{\mu_J}{k_\chi} (1 - e^{-k_\chi \tau})$$

y por tanto podemos obtener una fórmula explícita para la prima de riesgo bajo el Modelo 1a, y podemos comprobar la estrecha conexión entre prima de riesgo y asimetría. Si la asimetría es estacional (a través de la asimetría en saltos) obtendremos estacionalidad en primas de riesgo ( $RP_t$ ). Es decir,

$$RP_t \equiv F(t, T, S) - E_t^P(S_T) = - \left( \phi_\xi \tau + \frac{\phi_\chi}{k_\chi} (1 - e^{-k_\chi \tau}) \right) + \lambda_T \left( \frac{\mu_J^* - \mu_J}{k_\chi} \right) (1 - e^{-k_\chi \tau}) \quad (10)$$

Ha de notarse que la primera parte de la fórmula  $\left( \phi_\xi \tau + \frac{\phi_\chi}{k_\chi} (1 - e^{-k_\chi \tau}) \right)$  corresponde a la parte de prima de riesgo “difusivo”, variable de corto y largo plazo. Este es el tipo de prima de riesgo que puede ser generada con los modelos propuestos por Schwartz y Smith (2000) y Lucía y Schwartz (20002). Debe notarse que estos modelos no pueden generar estacionalidad en la prima de riesgo. Por tanto, estos modelos no pueden generar el patrón de la prima de riesgo predicha por Bessembinder y Lemmon (2002) si la asimetría es no constante. El último término de la ecuación,  $\lambda_T \left( \frac{\mu_J^* - \mu_J}{k_\chi} \right) (1 - e^{-k_\chi \tau})$  es el que corresponde al efecto de los saltos, y es una de las principales contribuciones de este trabajo. Por tanto, con nuestra extensión somos capaces de generar estacionalidad en la prima de riesgo tal y como predicen Bessembinder and Lemmon (2002). Resumiendo, la estacionalidad en la prima de riesgo, tal y como establecen en su

modelo Bessembinder y Lemmon (2002), está generada a través de “prima de riesgo por asimetría”

En la siguiente sección presentamos el análisis empírico y mostramos el tipo de curvas “forward” que puede generar nuestro modelo. Hemos de decir que la sección empírica es preliminar. En la parte empírica del trabajo hemos estimado los parámetros a partir de datos de precio “spot” siguiendo la metodología propuesta por Escribano et al. (2002), y hemos calibrado los parámetros riesgo-neutros a partir de datos de precios de contratos “forward”.

### **3.5 APLICACIÓN EMPÍRICA MERCADO PJM: DATOS “SPOT” Y “FORWARD”.**

En esta sección presentamos una aplicación empírica con datos del mercado PJM (Pennsylvania – New Jersey – Maryland). El objetivo de esta sección es presentar el comportamiento de la curvas “forward” generadas por nuestros modelos, en particular bajo la especificación del Modelo 1a (nivel de precios). Por otro lado, también mostramos como extraer parámetros riesgo-neutros a partir de contratos negociados, de forma que estos parámetros pueden ser usados para la valoración de otro tipo de derivados. También analizamos la importancia relativa de la prima de riesgo sobre el precio observado de los contratos “forward”.

El mercado PJM es uno de los mercados de electricidad más líquidos y desarrollados. Además la creciente literatura sobre valoración de contratos “forward” sobre electricidad se ha centrado mayoritariamente en este mercado (Bessembinder y Lemmon, 2002; Longstaff y Wang, 2002; Pirrong y Jermakyan, 2000 entre otros). Un análisis detallado del comportamiento de los precios “spot” de electricidad (bajo la



medida de probabilidad empírica) para este y otros mercados se ha realizado en Escribano et al. (2002).

En el Apéndice 3.A.2. presentamos algunas estadísticas descriptivas de la serie de precios y de log-precios. También presentamos el gráfico de las series y la distribución incondicional empírica de la serie de precios. Una de las primeras conclusiones que pueden obtenerse, y analizadas en detalle en Escribano et al. (2002) es la importancia de los saltos en el mercado PJM. Podemos observar el alto grado de asimetría, que es generado por la existencia de observaciones extremas (saltos) que son bastante importantes en este mercado. También podemos observar a partir de los gráficos de las series de precios que las observaciones extremas tienen un patrón estacional, y están concentradas en los meses de verano, que son aquellos meses con un nivel de demanda mayor. Volveremos sobre este punto con la estimación formal de la especificación estacional (a través de “dummies” trimestrales) para  $\lambda_t$ , de nuevo pueden consultarse los resultados presentados por Escribano, Peña y Villaplana (2002).

Disponemos de datos “spot” y datos “forward” para el período Enero 1997 – Marzo 2000. Los datos<sup>15</sup> han sido obtenidos a través de Bloomberg. Este período muestral es similar al período analizado por Bessembinder y Lemmon (2002) y Pirrong y Jermakyan (2000) y nos permite comparar nuestros resultados con los obtenidos por estos autores.

---

<sup>15</sup> Agradecemos a Miguel Artola habernos facilitado los datos “forward”.

### 3.5.1.- Procedimiento de estimación y resultados.

El procedimiento de estimación se ha realizado en dos pasos:

- a) estimar el proceso bajo la medida de probabilidad empírica a partir de precios “spot” para el período Enero 1997 – Diciembre 1998 (también hemos estimado el proceso con la submuestra Enero 1998 – Diciembre 1998).
- b) estimar el resto de parámetros (bajo la medida de probabilidad riesgo neutro) con datos “forward” para el período Enero 1999 – Marzo 2000.

Presentamos los resultados para el Modelo 1a (nivel de precios). Hemos estimado el modelo siguiendo la metodología propuesta en Escribano et al. (2002). De esta forma obtenemos estimaciones de  $\{f(t), k_x, \sigma_x, \lambda_t, \mu_J, \sigma_J, \mu_\xi\}$ . El resto de parámetros necesarios para obtener la curva “forward” son aquellos relacionados con los precios del riesgo  $\{\phi_x, \phi_\xi, \mu_J^*\}$ .

Con el primer conjunto de parámetros (aquellos que no varían bajo la probabilidad objetivo y bajo la probabilidad riesgo neutro), podemos calcular el precio esperado (bajo la probabilidad objetivo) en vencimiento (por ejemplo imponiendo  $\phi_x = \phi_\xi = 0$  y  $\mu_J^* = \mu_J$  en la fórmula del precio). Por tanto, podemos analizar el comportamiento de la prima de riesgo de una forma más precisa y clara. En otras palabras, con los parámetros estimados calculamos el precio del contrato de futuro bajo la probabilidad objetivo (es decir, asumiendo ausencia de prima de riesgo). Por tanto, podemos mostrar como la prima de riesgo afecta el comportamiento de la curva “forward”, y mostramos como efectivamente nuestro modelo captura las características principales presentadas en Bessembinder y Lemmon (2002) y Pirrong y Jermakyan (2000). Además, nuestro modelo es más sencillo de estimar y es útil para extraer la prima de riesgo y la valoración de opciones Europeas (a través de la inversión de la función característica).

Presentamos una tabla resumen con los parámetros estimados. No presentamos los parámetros correspondientes a la función estacional  $f(t)$ , aunque en el Apéndice A.4 se presentan resultados de la estimación más detallados.

Tabla 5. Resumen de los parámetros <sup>16</sup> estimados con datos “spot”. PJM (Enero 1998 – Dic. 1998) (t-valores en paréntesis)				
$k_\chi$	$\sigma_\chi$	$\lambda_{summer}$	$\mu_J$	$\sigma_J$
0.73	7.61	0.17	68.57	78.27
(8.85)	(32.81)	(3.19)	(1.86)	(3.07)

A partir de los resultados de la estimación, hemos obtenido  $\mu_\xi$  no es estadísticamente significativo. A partir de la representación gráfica de los precios podemos comprobar que efectivamente no parece existir ninguna tendencia clara (con pendiente positiva ó negativa) y por tanto el precio de equilibrio permanece aproximadamente constante durante el período analizado. También podemos observar como la probabilidad de observar saltos es únicamente significativa en los meses de verano. Finalmente, podemos comprobar como el parámetro de reversión a la media es alto (rápida reversión a la media), dado que  $k_\chi$  es 0.7 esto implica que la duración de los “shocks” es de aproximadamente un día. Este resultado es consistente con los obtenidos por Pirrong y Jermakyan (2000). Estos autores en su análisis calculan la reversión a la media de la demanda de electricidad mediante datos horarios y encontraron que la vida media de los “shocks” de demanda era de 10 horas.

Con los parámetros estimados a partir de los datos “spot”, realizamos el segundo paso.

<sup>16</sup> Aunque el proceso de intensidad se ha especificado con “dummies” trimestrales, podríamos usar una especificación más detallada, por ejemplo mediante “dummies” mensuales para diferenciar entre los meses de verano.

Estimamos el resto de parámetros a partir de datos diarios de contratos “forward” a un mes, para el período Enero 1999 – Marzo 2000. Dado que el parámetro  $\mu_\xi$  no es estadísticamente significativo y dado que únicamente disponemos de contratos con un único tipo de vencimiento (1 mes) hemos impuesto  $\phi_\xi = 0$ .

Hemos realizado la estimación para dos especificaciones diferentes del tamaño medio del salto bajo la probabilidad riesgo-neutro,  $\mu_J^*$ . En la primera de ellas (especificación A) el parámetro es constante mientras que en la especificación B permitimos que sea estacional. En concreto permitimos que el tamaño medio del salto bajo la probabilidad riesgo-neutro sea diferente para los contratos con vencimiento en Junio, Julio y Agosto, a través de esta simple especificación,

$$\mu_J^* = \mu_{J,May}^* \cdot D^{May} + \mu_{J,June}^* \cdot D^{June} + \mu_{J,July}^* \cdot D^{July}$$

donde  $D^i$  es una variable “dummy” que toma el valor 1 si la observación está en el  $i$ -ésimo mes y cero en el resto.

La estimación se ha realizado minimizando el error cuadrático entre el precio “forward” observado y el precio generado por el modelo.

Los resultados se presentan en la siguiente tabla resumen:

Tabla 6. Parámetros Riesgo-Neutros estimados.						
Parámetro (error estándar)	$\phi_\chi$	$\mu_J^*$	$\mu_{J,May}^*$	$\mu_{J,June}^*$	$\mu_{J,July}^*$	Suma Residuos al Cuadrado
Especificación A	-2.34 (0.39)	174.18 (5.17)	-	-	-	18917.87
Especificación B	-2.14 (0.20)	-	67.89 (4.29)	198.25 (4.10)	204.47 (4.19)	5709.00

A partir de estos resultados observamos que los contratos “forward” contienen una prima de riesgo con patrón estacional en el mercado PJM. Durante todos los meses (exceptuando los meses de verano) el sesgo de los precios “forward” es positivo pero pequeño, mientras que en los contratos “forward” con vencimiento en verano el sesgo es mucho mayor. Este sesgo, ó prima de riesgo está concentrado en los meses que tienen con vencimiento en Julio y Agosto. También podemos observar que el tamaño de esta prima de riesgo es importante en los contratos con vencimiento en verano, es decir la prima de riesgo por salto es uno de los principales determinantes de los precios “forward” con vencimiento en verano. Concretamente, podemos calcular de forma explícita la importancia relativa de la prima de riesgo por salto (“jump risk premium”) a partir de la ecuación (10) y los resultados presentados en la Tabla 5 y 6. A partir de los valores estimados para los parámetros, podemos comprobar como la prima de riesgo por

salto representa el 40% del precio del “forward” para los contratos Junio y Julio (es decir para aquellos contratos con vencimiento en Julio y Agosto).

Podemos ver a partir de la Figura A.4.1, nuestro modelo es capaz de replicar el comportamiento observado del precio de los contratos “forward” a un mes del mercado PJM. Durante los meses en que existe una probabilidad positiva de observar un salto, la prima de riesgo es relativamente más importante, por tanto los distribuidores (es decir, aquellos agentes que están expuesto al riesgo de saltos en los precios) están dispuestos a comprar “forward”, por tanto existe una presión de demanda sobre esos contratos que hace que el precio de los mismos aumente hasta que el mercado de derivados se vacía.

Un punto interesante es que los precios generados por nuestro modelo son mucho más suaves (con menos oscilaciones) que los observados en el mercado. Para analizar este punto hemos calculado los precios de los contratos “forward” generados por nuestro modelo pero imponiendo una reversión a la media mucho menor, en particular hemos impuesto  $k = 0.15$ . Tal y como puede comprobarse en la Figura A.4.2, el patrón de los precios “forward” generados por el modelo y los observados en el mercado son más parecidos. Existen dos posibles explicaciones para este resultado. Por un lado, puede argumentarse que los agentes del mercado sobreestiman la persistencia de los “shocks” en el mercado “spot”. Este argumento es el considerado por Pirrong y Jermakyan (2000). Dado que estamos analizando un mercado inmaduro, podría pensarse que este comportamiento desaparecería con el paso del tiempo y los agentes aprenderían que los “shocks” en el mercado “spot” desaparecen en poco tiempo. Otro argumento alternativo sería considerar la posibilidad de prima de riesgo “difusiva” variable en el tiempo (“time varying diffusive risk premium”). Hemos impuesto que el precio de del riesgo de corto plazo ( $\phi_\lambda$ ) es constante, pero el modelo puede extenderse y permitir que esta prima

de riesgo sea una función lineal de las desviaciones de corto plazo, esto introduciría un grado de libertad adicional en la fórmula de valoración, que podría capturar el hecho de que los precios “forward” *sobrerreaccionan* a los “shocks” del mercado “spot”. Pensamos que es necesario más trabajo en esta dirección para poder concluir si el comportamiento de los precios “forward” es debido a la *sobreestimación de la persistencia* (“persistence overestimation”) ó al hecho de que el *precio del riesgo sea no constante* (“time varying risk-premium”). Cual de las dos posibles explicaciones está detrás del comportamiento observado en los precios “forward” del mercado PJM es una cuestión abierta que requiere mayor investigación. Sin embargo hay que remarcar la flexibilidad de nuestro modelo de valoración que permite analizar estas dos posibilidades.

### **3.6 CONCLUSIONES Y POSIBLES EXTENSIONES**

Hemos presentado un conjunto de modelos para la valoración de contratos de futuros sobre la electricidad. Los modelos (especificados como modelos para el nivel de precios ó para el logaritmo del precio) son extensiones del modelo de corto plazo / largo plazo de Schwartz y Smith (2000). El artículo extiende la creciente literatura de valoración de contratos con subyacente eléctrico tanto a nivel teórico como a nivel empírico. Las principales extensiones son:

- a) la introducción de un componente de salto
- b) la introducción de una especificación alternativa para la variable de largo plazo
- c) la aplicación del modelo al mercado PJM

- d) incorporar explícitamente (y presentar un método de estimación) prima de riesgo por salto (“jump risk premium”) como uno de los principales determinantes de la prima de riesgo en el mercado PJM, capturando y explicando su carácter estacional.

A su vez, extendemos los resultados del modelo de Bessembinder y Lemmon (2002) y relacionamos sus resultados con el comportamiento estacional observable del componente de salto (que genera asimetría no constante) y la prima de riesgo por salto.

Resumiendo, hemos presentado un nuevo conjunto de modelos, y una nueva fórmula de valoración para contratos “forward” sobre electricidad. Una de las principales contribuciones es la introducción del componente de salto. Dadas las características de la electricidad como mercancía no almacenable, los saltos suponen un componente importante en la evolución del precio de la electricidad en mercados spot y en la formación de los precios “forward” en particular y de derivados financieros en general. Concretamente hemos mostrado como la prima de riesgo por salto representa el 40% de precio “forward” para contratos con vencimiento en los meses de verano. También presentamos una sencilla metodología para obtener estimaciones para los parámetros riesgo-neutros.

Dado que el modelo está especificado en el contexto de modelos (afines) de difusión con saltos podemos utilizar los resultados obtenidos por Duffie, Pan y Singleton (2000) para la valoración de opciones europeas, mediante la inversión de la función característica.

Existen algunas posibles extensiones:



Por un lado, podría extenderse la aplicación empírica del modelo a otros mercados. Escribano et al. (2002) muestran que el componente de salto también juega un papel importante en el comportamiento de los precios “spot” del NordPool. Lucía y Schwartz (2002) aplican el modelo de Schwartz y Smith (2000) a derivados negociados en el mercado escandinavo. Dado que Escribano et al. (2002) encontraron que los saltos también es una característica importante de en el NordPool, parece una extensión natural aplicar las nuevas fórmulas de valoración que hemos presentado en este trabajo, para los datos del NordPool, donde probablemente se puede anticipar que mediante nuestros modelos los resultados de valoración pueden ser mejores (menores errores de valoración) que los obtenidos por Lucía y Schwartz (2002). Este es el objeto de una línea de investigación que actualmente está siendo llevada a cabo.

Por otro lado, otra extensión interesante sería la inclusión de prima de riesgo (“difusiva”) no constante (“time-varying diffusive risk premium”). Esta alternativa puede ser interesante a la hora de analizar si los movimientos extremos de los precios de los contratos “forward” se deben a la sobreestimación de la persistencia de los “shocks” del mercado “spot” por parte de los agentes participantes en un mercado nuevo e inmaduro ó se debe a prima de riesgo no constante. Esta línea de investigación también se está desarrollando, pero entendemos que está más allá de los objetivos inmediatos de este trabajo.

## APÉNDICES CAPÍTULO 3

### APÉNDICE 1: RELACIÓN ENTRE PRECIO DE FUTUROS Y TRANSFORMADAS

En este Apéndice mostramos la relación entre las transformadas  $\Psi(u, X, t, T)$  y  $\Phi(v, u, X, t, T)$  y el precio de los contratos de futuros. Mostraremos que  $\Psi$  y  $\Phi$  determinan completamente el precio de los contratos de futuros. Por tanto, en este contexto calcular a fórmula de valoración es equivalente a resolver el correspondiente sistema de ecuaciones diferenciales (ODEs), (4a-4b) y (7a-7b) dependiendo del supuesto que hagamos sobre la evolución de la variables estado subyacentes.

Asumiendo que los tipos de interés son constantes, el precio de un contrato de futuros (ó “forwards”) con vencimiento en  $T$  es igual al precio esperado de la mercancía en  $T$ , donde el operador esperanza se toma bajo la probabilidad riesgo-neutro. Por tanto, el precio de un contrato de futuros en  $t$ , con vencimiento en  $T$  viene dado por la siguiente expresión:

$$F(t, T, S_T) = E_t^Q(S_T)$$

Podemos utilizar los resultados de DPS si la variable de interés es lineal en las variables de estado. Tenemos dos conjuntos de modelos dependiendo si modelizamos el precio “spot” ( $S_t$ ) ó el logaritmo del precio ( $\log S_t$ ). En ambos casos las variables de estado entran de forma lineal en la especificación del precio ó el log-precio. De esta forma tenemos:



1.- Modelos para el logaritmo del precio:  $\ln S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$

En este caso podemos re-expresar el precio del contrato de futuros como función de  $\Psi$ :

$$\begin{aligned} F(t, T, S) &= E_t^Q(S_T) = e^{r\tau} E_t^Q(e^{-r\tau} e^{\ln S_T}) = e^{r\tau} E_t^Q(e^{-r\tau} e^{f(T) + \chi_T + \xi_T}) = \\ &= e^{r\tau + f(T)} E_t^Q(e^{-r\tau} e^{u \cdot X_T}) = e^{r\tau + f(T)} \Psi(u, X, t, T) \end{aligned} \quad (A1.1)$$

donde  $u = (1, 1)$  y  $X = (\chi, \xi)$ . Por tanto, para cada uno de los cuatro modelos que hemos propuesto (Modelo 1A, 1B, 2A, 2B) hemos de derivar la correspondiente transformada, dado que una vez hayamos obtenido su forma analítica podemos obtener de forma inmediata el precio del futuro, ver Tabla 3 para la expresión exacta de cada una de las fórmulas de valoración para cada modelo.

2.- Modelos para el precio spot:  $S_t = f(t) + \chi_t + \xi_t$

En este caso podemos re-expresar el precio de futuros como función de  $\Phi$ :

$$\begin{aligned} F(t, T, S) &= E_t^Q(S_T) = f(T) + e^{r\tau} E_t^Q(e^{-r\tau} (\chi_T + \xi_T)) = \\ &= f(T) + e^{r\tau} \Phi(v, u, X, t, T) \end{aligned} \quad (A1.2)$$

donde en este caso  $v = (1, 1)$ ,  $u = (0, 0)$  y  $X = (\chi, \xi)$ . Una vez más, como en el caso anterior, para derivar las fórmulas de valoración para los cuatro modelos correspondientes (ver Tabla 4) hemos de encontrar la correspondiente “transformada extendida”.

## APÉNDICE 2: DERIVACIÓN DETALLADA FÓRMULAS DE VALORACIÓN.

### APÉNDICE 2.I: MODELOS PARA LOG-PRECIO.

#### Modelo 1a (Logaritmo del Precio)

Variable Corto Plazo  $\chi$ : Proceso Reversión a la Media (OU) + Salto Gaussiano  
 Variable Largo Plazo  $\xi$ : Proceso Browniano Aritmético (ABM)

Bajo la probabilidad riesgo-neutro el modelo viene dado por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\ln S_t &= f(t) + \chi_t + \xi_t \\ d\chi &= -(k_\chi \chi + \phi_\chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J(\mu_\chi^*, \sigma_\chi^2) d\Pi(\lambda_\chi) \\ d\xi &= (\mu_\xi - \phi_\xi)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^*\end{aligned}$$

En este modelo la transformada  $\Psi_{1a}$  viene dada por la expresión:

$$\Psi_{1a}(u, (\chi, \xi), t, T) = \exp(\alpha(u, t, T) + \beta_1(u, t, T)\chi + \beta_2(u, t, T)\xi)$$

donde  $\alpha$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  resuelven:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= r + \phi_\chi \beta_1 - (\mu_\xi - \phi_\xi) \beta_2 - \frac{1}{2} \beta^T H_0 \beta - \lambda(\theta_a(\beta_1) - 1); \alpha(T) = 0 \\ \dot{\beta}_1 &= -k_\chi \beta_1; \beta_1(T) = u_1 \Rightarrow \beta_1(s) = u_1 \exp(-k_\chi(T-s)) \\ \dot{\beta}_2 &= 0; \beta_2(T) = u_2 \Rightarrow \beta_2(s) = u_2\end{aligned}$$

donde

$$\beta^T = (\beta_1 \quad \beta_2)$$

y

$$H_0 = \begin{pmatrix} \sigma_\chi^2 & \sigma_\chi \sigma_\xi \rho \\ \sigma_\chi \sigma_\xi \rho & \sigma_\xi^2 \end{pmatrix}$$

dado que tenemos las expresiones para  $\beta_1$  y  $\beta_2$  podemos resolver para obtener la expresión para  $\alpha$ :

$$\begin{aligned}\alpha(u, t) = & -r\tau - \int_t^T \phi_\chi u_1 e^{-k(T-s)} ds + (\mu_\xi - \phi_\xi) u_2 \tau + \frac{1}{2} \sigma_\xi^2 u_2^2 \tau \\ & + \frac{1}{2} \int_t^T \sigma_\chi^2 u_1^2 e^{-2k(T-s)} ds + \int_t^T u_1 u_2 \sigma_\chi \sigma_\xi \rho e^{-k(T-s)} ds + \int_t^T \lambda (\theta_a(\beta_1) - 1) ds\end{aligned}$$

El último componente de la expresión captura el efecto del salto, el resto de componentes se obtienen bajo un modelo sin salto. Por ello, vamos a centrarnos en este componente. Bajo este modelo el tamaño del salto viene dado por una distribución Gaussiana y por tanto,  $\theta_a(c) = \exp\left(\mu_J \cdot c + \frac{1}{2} \sigma_J^2 \cdot c\right)$ , dado que el salto ocurre en la variable de desviaciones de corto plazo  $\chi$  tenemos:

$$\theta_a(\beta_1(u_1, s)) = \exp\left(\mu_J u_1 e^{-k(T-s)} + \frac{1}{2} \sigma_J^2 u_1^2 e^{-2k_\chi(T-s)}\right)$$

Por tanto, la expresión de la transformada en este modelo viene dada por:

$$\begin{aligned}\Psi_{1a}((u_1, u_2), (\chi, \xi), t, T) = & \exp(\alpha(u, t, T) + \beta_1(u, t, T)\chi + \beta_2(u, t, T)\xi) = \\ = & \exp\left(-r\tau + \frac{\phi_\chi u_1}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + (\mu_\xi - \phi_\xi) u_2 \tau + \frac{\sigma_\xi^2 u_2^2}{2} + \frac{\sigma_\chi^2 u_1^2}{4k_\chi} [1 - e^{-2k_\chi \tau}] \right. \\ & \left. + \frac{\sigma_\chi \sigma_\xi \rho u_1 u_2}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + B(\tau, u) + u_1 \chi e^{-k_\chi \tau} + u_2 \xi\right)\end{aligned}$$

donde

$$B(\tau, u) = \lambda_T \int_t^T \left( \exp\left(\mu_J^* u_1 e^{-k_\chi(T-s)} + \frac{1}{2} \sigma_J^2 u_1^2 e^{-2k_\chi(T-s)}\right) - 1 \right) ds$$

finalmente utilizando la relación entre  $\Psi_{1a}$  y el precio del contrato de futuro, y la definición del vector  $u = (1,1)$ , obtenemos la fórmula de valoración correspondiente a este modelo y presentada en la Tabla 4.

$$F_{1a}(\tau, S_t) = \exp \left( f(T) - \frac{\phi_\chi}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + \mu_\xi^* \tau + \frac{\sigma_\xi^2 \tau}{2} + \frac{\sigma_\chi^2}{4k_\chi} [1 - e^{-2k_\chi \tau}] \right. \\ \left. + \frac{\sigma_\chi \sigma_\xi \rho}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + \xi_t + e^{-k_\chi \tau} \chi_t + B(\tau) \right)$$

donde

$$B(\tau) = \lambda_\tau \int_t^T \left( \exp \left( \mu_j^* e^{-k_\chi(T-s)} + \frac{1}{2} \sigma_j^2 e^{-2k_\chi(T-s)} \right) - 1 \right) ds$$

### Modelo 1b (Logaritmo del Precio)

Variable Corto Plazo  $\chi$ : Proceso Revers. a la Media (OU) + Salto Exponencial  
 Variable Largo Plazo  $\xi$ : Proceso Browniano Aritmético (ABM)

Bajo la probabilidad riesgo-neutro el modelo viene dado por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\ln S_t &= f(t) + \chi_t + \xi_t \\ d\chi &= -(k_\chi \chi + \phi_\chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J_u^*(\eta_u^*)d\Pi(\lambda_u) - J_d^*(\eta_d^*)d\Pi(\lambda_d) \\ d\xi &= (\mu_\xi - \phi_\xi)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^* \\ dZ_\chi^* dZ_\xi^* &= \rho dt\end{aligned}$$

En este modelo la transformada  $\Psi_{1b}$  viene dada por la expresión:

$$\Psi_{1b}(u, (\chi, \xi), t, T) = \exp(\alpha(u, t, T) + \beta_1(u, t, T)\chi + \beta_2(u, t, T)\xi)$$

donde  $\alpha$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  resuelven:

$$\dot{\alpha} = r + \phi_\chi \beta_1 - (\mu_\xi - \phi_\xi) \beta_2 - \frac{1}{2} \beta^T H_0 \beta - \lambda(\theta_b(\beta_1) - 1); \alpha(T) = 0$$

$$\dot{\beta}_1 = -k_\chi \beta_1; \beta_1(T) = u_1 \Rightarrow \beta_1(u, s) = u_1 \exp(-k_\chi(T-s))$$

$$\dot{\beta}_2 = 0; \beta_2(T) = u_2 \Rightarrow \beta_2(u, s) = u_2$$

Como en el caso anterior, primero resolvemos para  $\beta_1$  y  $\beta_2$  y reemplazamos en la primera ecuación diferencial.

La expresión para  $\alpha$  viene dada por:

$$\begin{aligned}\alpha(u, t) &= -r\tau - \int_t^T \phi_\chi u_1 e^{-k_\chi(T-s)} ds + (\mu_\xi - \phi_\xi) u_2 \tau + \frac{1}{2} \sigma_\xi^2 u_2^2 \tau + \frac{1}{2} \int_t^T \sigma_\chi^2 u_1^2 e^{-2k_\chi(T-s)} ds \\ &+ \int_t^T u_1 u_2 \sigma_\chi \sigma_\xi \rho e^{-k_\chi(T-s)} ds + \sum_{i=up, d} \int \lambda_i [\theta_b^i(u, \beta(u, s)) - 1] ds\end{aligned}$$

El ultimo término se debe a la inclusión del componente de salto (distribución salto Exponencial),

$$\sum_{i=u,d} \int \lambda_i [\theta_b^i(u, \beta(u, s)) - 1] ds$$

Para facilitar la exposición nos centramos en uno de los saltos.

Primero hemos de calcular  $\theta_b$ . En este caso la distribución del salto es Exponencial, sea

$v(z)$  su función de distribución y  $f(z)$  su función de densidad, por tanto,  $f(z) = \alpha e^{-\alpha \cdot z}$ ,

$$E(z) = 1/\alpha \equiv \eta_J$$

$$\begin{aligned} \theta &\equiv \int_{\Re} \exp(c \cdot z) dv(z) = \int_{\Re} \exp(c \cdot z) f(z) dz = \\ &= \int_{\Re} e^{cz} \alpha e^{-\alpha z} dz = \alpha \int_{\Re} e^{-z(\alpha - c)} dz = \frac{\alpha}{\alpha - c} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha} c} = \frac{1}{1 - \eta_J c} \end{aligned}$$

Siguiente paso es calcular el término  $\int \lambda[\theta(\bullet) - 1] ds$ , donde, tal y como acabamos de mostrar,  $\theta_b(c) = (1 / 1 - \eta_J c)$ . Por tanto,

$$\begin{aligned} \int \lambda(\theta(u, \beta(u, s)) - 1) ds &= \lambda \int \left( \frac{1}{1 - \eta_J^* u_1 \exp(-k_\chi(T - s))} - 1 \right) ds = \\ &= -\frac{\lambda}{k_\chi} \int \frac{(-k_\chi) u_1 \eta_J^* \exp(-k_\chi(T - s))}{1 - u_1 \eta_J^* \exp(-k_\chi(T - s))} ds = \\ &= -\frac{\lambda}{k_\chi} \left( \ln[1 - u_1 \eta_J^* \exp(-k_\chi(T - s))] \right)_t^T = \frac{\lambda}{k_\chi} \ln \left( \frac{u_1 \eta_J^* \exp(-k_\chi \tau) - 1}{u_1 \eta_J^* - 1} \right) \end{aligned}$$

y obtenemos la expresión para  $\Psi_{1b}$ :

$$\begin{aligned} \Psi_{1b}(u, \chi, \xi, t, T) &= \exp(\alpha(u, t, T) + \beta_1(u_1, t, T)\chi + \beta_2(u_2, t, T)\xi) = \\ &= \exp \left( -r\tau + \frac{\phi_\chi u_1}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + (\mu_\xi - \phi_\xi) u_2 \tau + \frac{\sigma_\xi^2 u_2^2}{2} + \frac{\sigma_\chi^2 u_1^2}{4k_\chi} [1 - e^{-2k_\chi \tau}] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sigma_\chi \sigma_\xi \rho u_1 u_2}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + \sum_{i=up,d} \frac{\lambda_{i,T}}{k_\chi} \ln \left( \frac{u_1 \eta_{J,i}^* \exp(-k_\chi \tau) - 1}{u_1 \eta_{J,i}^* - 1} \right) + u_1 \chi e^{-k_\chi \tau} + u_2 \xi \right) \end{aligned}$$



finalmente utilizando la relación entre  $\Psi_{1b}$  y el precio del contrato de futuro, y la definición del vector  $u = (1,1)$ , obtenemos la fórmula de valoración correspondiente a este modelo y presentada en la Tabla 4.

$$F_{1b}(t, T, S_t) = \exp \left( f(T) - \frac{\phi_\chi}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + (\mu_\xi - \phi_\xi) \tau + \frac{\sigma_\xi^2 \tau}{2} + \frac{\sigma_\chi^2}{4k_\chi} [1 - e^{-2k_\chi \tau}] \right. \\ \left. + \frac{\sigma_\chi \sigma_\xi \rho}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + \xi_t + e^{-k_\chi \tau} \chi_t + C(\tau) \right)$$

donde

$$C(\tau) = \sum_{i=up, down} \frac{\lambda_{T,i}}{k_\chi} \ln \left( \frac{\eta_{J,i}^* \exp(-k_\chi \tau) - 1}{\eta_{J,i}^* - 1} \right)$$

### Modelo 2a (Logaritmo del Precio)

Variable Corto Plazo  $\chi$ : Proceso Revers. a la Media (OU) + Salto Gaussiano  
 Variable Largo Plazo  $\xi$ : Proceso Reversión a la Media

Bajo la probabilidad riesgo-neutro el modelo 2a viene dado por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\ln S_t &= f(t) + \chi_t + \xi_t \\ d\chi &= -(k_\chi \chi + \phi_\chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J(\mu_J^*, \sigma_J) d\Pi(\lambda_t) \\ d\xi &= k_\xi (\bar{\xi}^* - \xi)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^* \\ dZ_\chi^* dZ_\xi^* &= \rho dt\end{aligned}$$

En este modelo la transformada  $\Psi_{2a}$  viene dada por la expresión:

$$\Psi_{2a}(u, (\chi, \xi), t, T) = \exp(\alpha(u, t, T) + \beta_1(u, t, T)\chi + \beta_2(u, t, T)\xi)$$

donde  $\alpha$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  resuelven:

$$\begin{aligned}\dot{\beta}_1 &= -k_\chi \beta_1; \beta_1(T) = u_1 \Rightarrow \beta_1(u_1, t, T) = u_1 e^{-k_\chi(T-t)} \\ \dot{\beta}_2 &= -k_\xi \beta_2; \beta_2(T) = u_2 \Rightarrow \beta_2(u_2, t, T) = u_2 e^{-k_\xi(T-t)} \\ \dot{\alpha} &= r + \phi_\chi \beta_1 - k_\xi \bar{\xi}^* \beta_2 - \frac{1}{2} \beta^T H_0 \beta + \lambda(\theta_a(\beta_1) - 1); \alpha(T) = 0\end{aligned}$$

donde

$$\beta^T = (\beta_1 \quad \beta_2)$$

y

$$H_0 = \begin{pmatrix} \sigma_\chi^2 & \sigma_\chi \sigma_\xi \rho \\ \sigma_\chi \sigma_\xi \rho & \sigma_\xi^2 \end{pmatrix}$$

dado que tenemos las expresiones para  $\beta_1$  y  $\beta_2$  podemos resolver para obtener la expresión para  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} \alpha(u, t) = & -r\tau - \int_t^T \phi_\chi u_1 e^{-k_\chi(T-s)} ds + \int_t^T k_\xi \xi^* u_2 e^{-k_\xi(T-s)} + \frac{1}{2} \int_t^T \sigma_\xi^2 u_2^2 e^{-2k_\xi(T-s)} ds \\ & + \frac{1}{2} \int_t^T \sigma_\chi^2 u_1^2 e^{-2k_\chi(T-s)} ds + \int_t^T u_1 u_2 \sigma_\chi \sigma_\xi \rho e^{-(k_\chi + k_\xi)(T-s)} ds + \int_t^T \lambda(\theta_a(\beta_1) - 1) ds \end{aligned}$$

Una vez tenemos las expresiones para  $\alpha$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , podemos obtener la expresión para  $\Psi_{2a}$  y usando la ecuación A.1.1 obtenemos la correspondiente fórmula para este modelo:

$$\begin{aligned} F_{2a}(t, T, S_t) = & \exp \left( f(T) - \frac{\phi_\chi}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + \xi^* [1 - e^{-k_\xi \tau}] + \frac{\sigma_\chi^2}{4k_\chi} [1 - e^{-2k_\chi \tau}] \right. \\ & \left. + \frac{\sigma_\xi^2}{4k_\xi} [1 - e^{-2k_\xi \tau}] + \frac{\sigma_\chi \sigma_\xi \rho}{k_\chi + k_\xi} [1 - e^{-(k_\chi + k_\xi) \tau}] + e^{-k_\chi \tau} \chi + e^{-k_\xi \tau} \xi_t + B(\tau) \right) \end{aligned}$$

donde

$$B(\tau) = \lambda_\tau \int_t^T \left( \exp \left( \mu_j^* e^{-k_\chi(T-s)} + \frac{1}{2} \sigma_j^2 e^{-2k_\chi(T-s)} \right) - 1 \right) ds$$

### Modelo 2b (Logaritmo del Precio)

Variable Corto Plazo  $\chi$ : Proceso Revers. a la Media (OU) + Salto Exponencial  
 Variable Largo Plazo  $\xi$ : Proceso Reversión a la Media

Bajo la probabilidad riesgo-neutro el modelo viene dado por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\ln S_t &= f(t) + \chi_t + \xi_t \\ d\chi &= -(k_\chi \chi + \phi_\chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J_u^*(\eta_u^*)d\Pi(\lambda_u) - J_d^*d\Pi(\lambda_d) \\ d\xi &= k_\xi(\bar{\xi}^* - \xi)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^* \\ dZ_\chi^* dZ_\xi^* &= \rho dt\end{aligned}$$

En este modelo la transformada  $\Psi_{2b}$  viene dada por la expresión:

$$\Psi_{2b}(u, (\chi, \xi), t, T) = \exp(\alpha(u, t, T) + \beta_1(u, t, T)\chi + \beta_2(u, t, T)\xi)$$

donde  $\alpha$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  resuelven:

$$\begin{aligned}\dot{\beta}_1 &= -k_\chi \beta_1; \beta_1(T) = u_1 \Rightarrow \beta_1(u_1, t, T) = u_1 e^{-k_\chi(T-t)} \\ \dot{\beta}_2 &= -k_\xi \beta_2; \beta_2(T) = u_2 \Rightarrow \beta_2(u_2, t, T) = u_2 e^{-k_\xi(T-t)} \\ \dot{\alpha} &= r + \phi_\chi \beta_1 - k_\xi \bar{\xi}^* \beta_2 - \frac{1}{2} \beta^T H_0 \beta + \lambda(\theta_b(\beta_1) - 1); \alpha(T) = 0\end{aligned}$$

a partir de las expresiones para  $\beta_1$  y  $\beta_2$  obtenemos la expresión para  $\alpha$ :

$$\begin{aligned}\alpha(u, t) &= -r\tau - \int_t^T \phi_\chi u_1 e^{-k_\chi(T-s)} ds + \int_t^T k_\xi \bar{\xi}^* u_2 e^{-k_\xi(T-s)} ds + \frac{1}{2} \int_t^T \sigma_\xi^2 u_2^2 e^{-2k_\xi(T-s)} ds \\ &+ \frac{1}{2} \int_t^T \sigma_\chi^2 u_1^2 e^{-2k_\chi(T-s)} ds + \int_t^T u_1 u_2 \sigma_\chi \sigma_\xi \rho e^{-(k_\chi + k_\xi)(T-s)} ds + \int_t^T \lambda(\theta_b(\beta_1) - 1) ds\end{aligned}$$

Una vez tenemos las expresiones para  $\alpha$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , podemos obtener la expresión para  $\Psi_{2b}$  y usando la ecuación A.1.1 obtenemos la correspondiente fórmula para este modelo:

$$F_{2b}(t, T, S_t) = \exp \left( f(T) - \frac{\phi_\chi}{k_\chi} [1 - e^{-k_\chi \tau}] + \bar{\xi}^* [1 - e^{-k_\xi \tau}] + \frac{\sigma_\chi^2}{4k_\chi} [1 - e^{-2k_\chi \tau}] \right. \\ \left. + \frac{\sigma_\xi^2}{4k_\xi} [1 - e^{-2k_\xi \tau}] + \frac{\sigma_\chi \sigma_\xi \rho}{k_\chi + k_\xi} [1 - e^{-(k_\chi + k_\xi) \tau}] + e^{-k_\chi \tau} \chi + e^{-k_\xi \tau} \xi_t + C(\tau) \right)$$

donde

$$C(\tau) = \sum_{i=up, down} \frac{\lambda_{T,i}}{k_\chi} \ln \left( \frac{\eta_{J,i}^* \exp(-k_\chi \tau) - 1}{\eta_{J,i}^* - 1} \right)$$

## APÉNDICE 2.II: MODELOS PARA EL NIVEL DE PRECIOS.

### Modelo 1a (Nivel de Precios)

Variable Corto Plazo  $\chi$ : Proceso Reversión a la Media (OU) + Salto Gaussiano  
 Variable Largo Plazo  $\xi$ : Proceso Browniano Aritmético (ABM)

Aplicamos la metodología presentada en el texto principal, ecuaciones (7a-7b) para el Modelo 1a.

$$\begin{aligned} S_t &= f(t) + \chi_t + \xi_t \\ d\chi &= k_\chi (\alpha^* - \chi) dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J(\mu_J^*, \sigma_J) d\Pi(\lambda_t) \\ d\xi &= \mu_\xi^* dt + \sigma_\xi dZ_\xi^* \\ dZ_\chi^* dZ_\xi^* &= \rho dt \end{aligned}$$

donde  $\alpha^* \equiv \frac{-\phi_\chi}{k_\chi}$  y  $\mu_\xi^* \equiv \mu_\xi - \phi_\xi$ . Dado que estamos analizando modelos basados en el

precio, para calcular el precio de futuro debemos calcular la “transformada extendida”

con  $v = (1,1)$  y  $u = (0,0)$ . Hay que tener en cuenta que,  $u = (0,0) \Rightarrow \beta(u_1, u_2) = (0,0)$ .

Por tanto, el correspondiente sistema de ecuaciones diferenciales viene dado por:

$$\begin{aligned} -\dot{B}_1 &= -k_\chi B_1; B_1(T) = v_1 \Rightarrow B_1(v_1, t, T) = v_1 e^{-k_\chi(T-t)} \\ -\dot{B}_2 &= 0; B_2(T) = v_2 \Rightarrow B_2(v_2, t, T) = v_2 \\ -\dot{A} &= k_\chi \alpha^* B_1 + \mu_\xi^* B_2 + \beta^T H_0 B + l_0 \nabla \theta(\beta) B_1 \end{aligned}$$

Tenemos que remarcar que al tratarse de un modelo basado en el precio, el componente de salto que aparece en la ecuación diferencial de  $A$  no es exactamente la misma que en el caso de los modelos sobre el logaritmo del precio. Tal y como hemos visto en los

modelos anteriores con distribución del salto Gaussiano (“modelos tipo a”), tenemos

que  $\theta_a(c) = \exp\left(\mu_J \cdot c + \frac{1}{2}\sigma_J^2 \cdot c^2\right)$ , y por tanto el término  $\nabla\theta_a(c)$  en este caso viene

dado por la expresión  $\nabla\theta_a(c) = \exp\left(\mu_J c + \frac{1}{2}\sigma_J^2 c\right) \cdot (\mu_J + \sigma_J^2 c)$ .

Teniendo en cuenta la expresión para  $\nabla\theta_a(c)$  y que  $u = (0,0)$ , finalmente obtenemos la expresión para  $A(t)$ :

$$\Rightarrow A(t) = \mu_\xi^*(T-t) + \alpha^* \left(1 - e^{-k_x(T-t)}\right) + \lambda(T) \frac{\mu_J^* v_1}{k_x} \left(1 - e^{-k_x(T-t)}\right)$$

y a partir de la ecuación (A1.2) tenemos:

$$\begin{aligned} F(S, t, T) &= f(T) + e^{r(T-t)} \Phi_{1a}(v, u, \chi, \xi, t, T) \Big|_{\substack{u=(0,0) \\ v=(1,1)}} = \\ &= f(T) + e^{r(T-t)} \Psi((0,0), t, T) (A(t) + B_1(t)\chi + B_2(t)\xi) = \\ &= f(T) + \mu_\xi^*(T-t) + \alpha^* \left(1 - e^{-k_x(T-t)}\right) + e^{-k_x(T-t)} \chi_t + \xi_t + \lambda(T) \frac{\mu_J^*}{k_x} \left(1 - e^{-k_x(T-t)}\right) = \\ &= f(T) + (\mu_\xi - \phi_\xi)(T-t) - \frac{\phi_\chi}{k_x} \left(1 - e^{-k_x(T-t)}\right) + e^{-k_x(T-t)} \chi_t + \xi_t + \lambda(T) \frac{\mu_J^*}{k_x} \left(1 - e^{-k_x(T-t)}\right) \end{aligned}$$

### Modelo 1b (Nivel de Precios)

Variable Corto Plazo  $\chi$ : Proceso Revers. a la Media (OU) + Salto Exponencial  
 Variable Largo Plazo  $\xi$ : Proceso Browniano Aritmético (ABM)

Aplicamos la metodología presentada en el texto principal, ecuaciones (7A-7b) para el Modelo 1b.

$$\begin{aligned} S_t &= f(t) + \chi_t + \xi_t \\ d\chi_t &= k_\chi (\alpha^* - \chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J_u^*(\eta_u^*)d\Pi(\lambda_{t,u}) - J_d^*(\eta_d^*)d\Pi(\lambda_{t,d}) \\ d\xi &= (\mu_\xi - \phi_\xi)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^* \\ dZ_\chi^* dZ_\xi^* &= \rho dt \end{aligned}$$

donde  $\alpha^* \equiv \frac{-\phi_\chi}{k_\chi}$  y  $\mu_\xi^* \equiv \mu_\xi - \phi_\xi$ . La diferencia entre el Modelo 2b y el Modelo 2a,

analizado anteriormente estriba en la composición del salto. El correspondiente sistema de ecuaciones diferenciales viene dado por:

$$\begin{aligned} -\dot{B}_1 &= -k_\chi B_1; B_1(T) = v_1 \Rightarrow B_1(v_1, t, T) = v_1 e^{-k_\chi(T-t)} \\ -\dot{B}_2 &= 0; B_2(T) = v_2 \Rightarrow B_2(v_2, t, T) = v_2 \\ -\dot{A} &= k_\chi \alpha^* B_1 + \mu_\xi^* B_2 + \beta^T H_0 B + l_0 \nabla \theta(\beta) B_1 \end{aligned}$$

En este modelo el componente de salto viene determinado mediante la distribución exponencial. En particular, tenemos dos tipos de salto (positivo y negativo) cada uno de ellos con tamaño de salto distribuido exponencialmente. Tal y como hemos visto con

anterioridad, tenemos la expresión  $\theta_b(c) = \frac{1}{1-\eta \cdot c}$ , y por tanto  $\nabla \theta_b(c) = \frac{\eta}{(1-\eta \cdot c)^2}$ .

Teniendo en cuenta la expresión  $\nabla \theta_b(c)$  y que  $u = (0,0)$ , obtenemos la expresión para  $A(t)$ :



$$\Rightarrow A(t) = \mu_{\xi}^*(T-t) + \alpha^* \left(1 - e^{-k_{\chi}(T-t)}\right) + \sum_{i=up,down} \lambda_{i,T} \left(1 - e^{-k_{\chi}\tau}\right) \frac{\eta_i^*}{k_{\chi}}$$

y a partir de la ecuación (A1.2) tenemos:

$$\begin{aligned} F(S, t, T) &= f(T) + e^{r(T-t)} \Phi_{1b}(v, u, \chi, \xi, t, T)_{\substack{u=(0,0) \\ v=(1,1)}} = \\ &= f(T) + e^{r(T-t)} \Psi((0,0), t, T) (A(t) + B_1(t)\chi + B_2(t)\xi) = \\ &= f(T) + \mu_{\xi}^*(T-t) + \alpha^* \left(1 - e^{-k_{\chi}(T-t)}\right) + e^{-k_{\chi}(T-t)} \chi_t + \xi_t + \sum_{i=up,down} \lambda_{i,T} \left(1 - e^{-k_{\chi}\tau}\right) \frac{\eta_i^*}{k_{\chi}} = \\ &= f(T) + (\mu_{\xi} - \phi_{\xi})(T-t) - \frac{\phi_{\chi}}{k_{\chi}} \left(1 - e^{-k_{\chi}(T-t)}\right) + e^{-k_{\chi}(T-t)} \chi_t + \xi_t + \sum_{i=up,down} \lambda_{i,T} \left(1 - e^{-k_{\chi}\tau}\right) \frac{\eta_i^*}{k_{\chi}} \end{aligned}$$

### Modelo 2a (Nivel de Precios)

Variable Corto Plazo  $\chi$ : Proceso Revers. a la Media (OU) + Salto Gaussiano  
 Variable Largo Plazo  $\xi$ : Proceso Reversión a la Media

Aplicamos la metodología presentada en el texto principal, ecuaciones (7A-7b) para el Modelo 2a.

$$\begin{aligned} S_t &= f(t) + \chi_t + \xi_t \\ d\chi_t &= k_\chi (\alpha^* - \chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J(\mu_j^*, \sigma_j^2) d\Pi(\lambda_t) \\ d\xi_t &= k_\xi (\bar{\xi}^* - \xi)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^* \\ dZ_\chi^* dZ_\xi^* &= \rho dt \end{aligned}$$

donde  $\alpha^* \equiv \frac{-\phi_\chi}{k_\chi}$  y  $\bar{\xi}^* = \bar{\xi} - \frac{\phi_\xi}{k_\xi}$ . El sistema de ecuaciones correspondiente a este

modelo viene dado por:

$$\begin{aligned} -\dot{B}_1 &= -k_\chi B_1; B_1(T) = v_1 \Rightarrow B_1(v_1, t, T) = v_1 e^{-k_\chi(T-t)} \\ -\dot{B}_2 &= -k_\xi B_2; B_2(T) = v_2 \Rightarrow B_2(v_2, t, T) = v_2 e^{-k_\xi(T-t)} \\ -\dot{A} &= k_\chi \alpha^* B_1 + k_\xi \bar{\xi}^* B_2 + \beta^T H_0 B + l_0 \nabla \theta_a(\beta) B_1 \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones diferenciales y teniendo en cuenta que se trata de un modelo en el que el tamaño del salto viene dado por una distribución Gaussiana, obtenemos la expresión para  $A(t)$ :

$$A(t) = \alpha^* v_1 \left(1 - e^{-k_\chi(T-t)}\right) + \bar{\xi}^* v_2 \left(1 - e^{-k_\xi(T-t)}\right) + \lambda(T) \frac{\mu_j^* v_1}{k_\chi} \left(1 - e^{-k_\chi(T-t)}\right)$$

Aplicando la ecuación A1.2 (ecuación pertinente para los modelos basados en el nivel de precios) obtenemos la expresión para la fórmula de valoración para el Modelo 2a que aparece en la Tabla 3:

$$F(t, T, S) = f(T) + \xi^* \left( 1 - e^{-k_\xi(T-t)} \right) - \frac{\phi_\chi}{k_\chi} \left( 1 - e^{-k_\chi(T-t)} \right) + e^{-k_\chi \tau} + e^{-k_\xi \tau} \xi_t \\ + \lambda_T \frac{\mu_J^*}{k_\chi} \left( 1 - e^{-k_\chi \tau} \right)$$

### Modelo 2b (Nivel de Precios)

Variable Corto Plazo  $\chi$ : Proceso Revers. a la Media (OU) + Salto Exponencial  
 Variable Largo Plazo  $\xi$ : Proceso Reversión a la Media

Aplicamos la metodología presentada en el texto principal, ecuaciones (7A-7b) para el Modelo 2b.

$$\begin{aligned} S_t &= f(t) + \chi_t + \xi_t \\ d\chi_t &= k_\chi (\alpha^* - \chi)dt + \sigma_\chi dZ_\chi^* + J_u^*(\eta_u^*)d\Pi(\lambda_{t,u}) - J_d^*(\eta_d^*)d\Pi(\lambda_{t,d}) \\ d\xi_t &= k_\xi (\bar{\xi}^* - \xi)dt + \sigma_\xi dZ_\xi^* \\ dZ_\chi^* dZ_\xi^* &= \rho dt \end{aligned}$$

donde  $\alpha^* \equiv \frac{-\phi_\chi}{k_\chi}$  y  $\bar{\xi}^* = \bar{\xi} - \frac{\phi_\xi}{k_\xi}$ . El sistema de ecuaciones correspondiente a este

modelo viene dado por:

$$\begin{aligned} -\dot{B}_1 &= -k_\chi B_1; B_1(T) = v_1 \Rightarrow B_1(v_1, t, T) = v_1 e^{-k_\chi(T-t)} \\ -\dot{B}_2 &= -k_\xi B_2; B_2(T) = v_2 \Rightarrow B_2(v_2, t, T) = v_2 e^{-k_\xi(T-t)} \\ -\dot{A} &= k_\chi \alpha^* B_1 + k_\xi \bar{\xi}^* B_2 + \beta^T H_0 B + l_0 \nabla \theta_b(\beta) B_1 \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones diferenciales y teniendo en cuenta que se trata de un modelo en el que el componente de salto viene dado por distribuciones exponenciales, obtenemos la expresión para  $A(t)$ .

$$\Rightarrow A(t) = \bar{\xi}^* \left(1 - e^{-k_\xi(T-t)}\right) + \alpha^* \left(1 - e^{-k_\chi(T-t)}\right) + \sum_{i=up, down} \lambda_{i,T} \left(1 - e^{-k_\chi \tau}\right) \frac{\eta_i^*}{k_\chi}$$

Una vez tenemos las expresiones para  $A$ ,  $B_1$  y  $B_2$  podemos obtener la expresión correspondiente para  $\Phi_{2b}$  y mediante la ecuación (A1.2) obtenemos finalmente la expresión para el Modelo 2b (nivel del precio):

$$\begin{aligned}
 F(S, t, T) &= f(T) + e^{r(T-t)} \Phi_{2b}(v, u, \chi, \xi, t, T) \Big|_{\substack{u=(0,0) \\ v=(1,1)}} = \\
 &= f(T) + e^{r(T-t)} \Psi((0,0), t, T) (A(t) + B_1(t)\chi + B_2(t)\xi) = \\
 &= f(T) + \bar{\xi}^* (1 - e^{-k_\xi \tau}) + \alpha^* (1 - e^{-k_\chi(T-t)}) + e^{-k_\chi(T-t)} \chi_t + e^{-k_\xi(T-t)} \xi_t + \sum_{i=up, down} \lambda_{i,T} (1 - e^{-k_\chi \tau}) \frac{\eta_i^*}{k_\chi} = \\
 &= f(T) + \bar{\xi}^* (1 - e^{-k_\xi \tau}) - \frac{\phi_\chi}{k_\chi} (1 - e^{-k_\chi \tau}) + e^{-k_\chi \tau} \chi_t + e^{-k_\xi \tau} \xi_t + \sum_{i=up, down} \lambda_{i,T} (1 - e^{-k_\chi \tau}) \frac{\eta_i^*}{k_\chi}
 \end{aligned}$$

### APÉNDICE 3: ESTADÍSTICAS RESUMEN Y GRÁFICOS

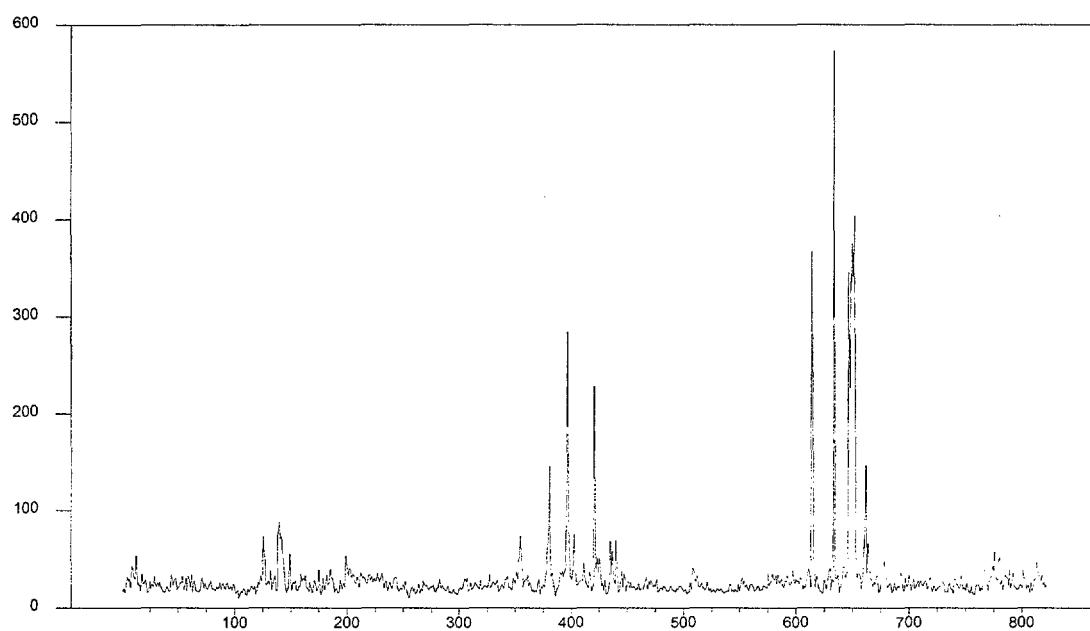
Presentamos estadística descriptiva para las series de precios “spot” y log-precios diarios para el mercado PJM (Pennsylvania- New Jersey - Maryland).

Período: Enero 1997 – Marzo 2000.

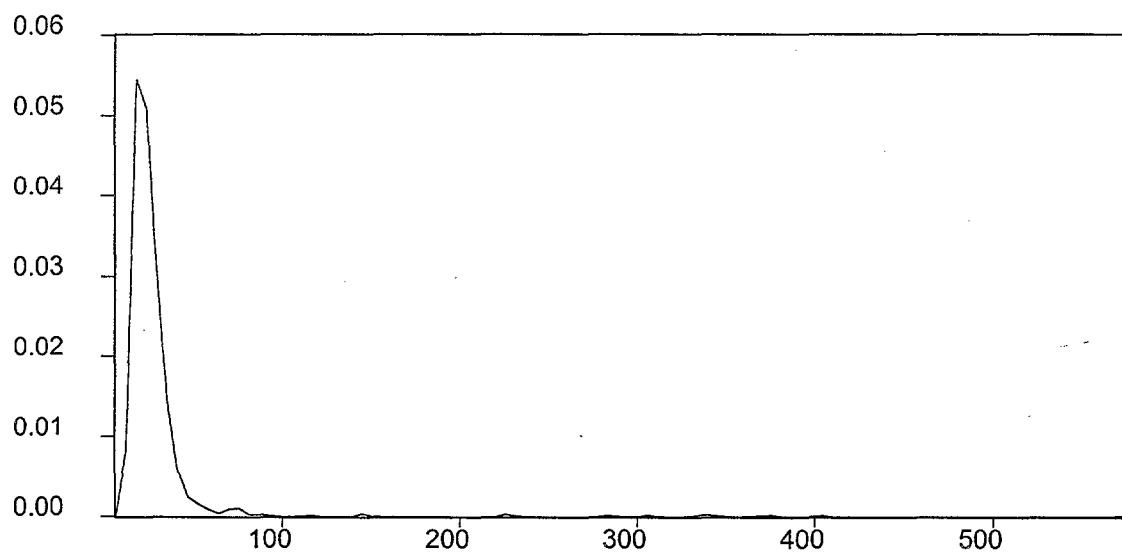
**Tabla A3.1: Estadística descriptiva serie de precio y log-precio, mercado PJM.**

Series	N. Obs.	Media	Mediana	Min.	Max.	Std.Dev.	Asimetría	Kurt.
Precio	822	30.39	23.42	10.56	573.18	39.89	8.42	81.46
Log-Precio	822	3.23	3.15	2.36	6.35	0.45	2.98	14.12

**Figura A3.1: Serie de Precios Mercado PJM.**

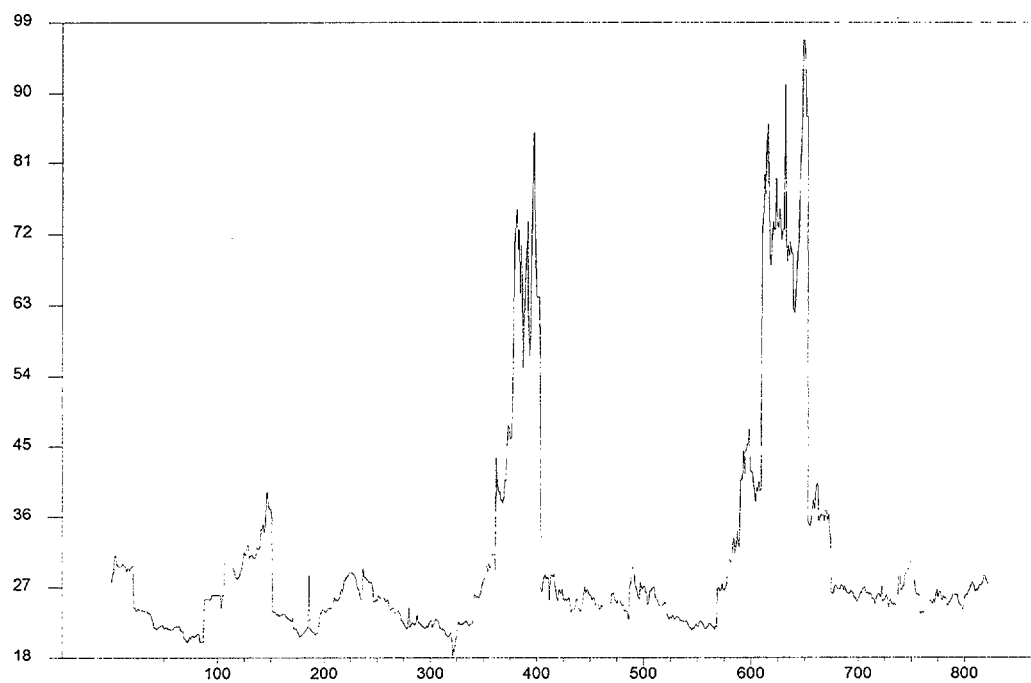


**Figura A3.2: Distribución Empírica, Serie de Precios PJM.**



**Figura A3.3: Observaciones Diarias Precio Contrato Forward a 1 mes. PJM.**

**Enero 1997 – Marzo 2000 (822 observaciones)**





#### APÉNDICE 4: RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN: PJM

Para obtener valores estimados para los parámetros del modelos hemos estimado un modelo AR(1) con estacionalidad determinista y saltos. Hemos seguido la metodología propuesta por Escribano, et al. (2002). Hemos introducido también una tendencia determinista, el parámetro B2 corresponde a  $\mu_\xi$ . También ha de notarse la relación entre el parámetro autoregresivo ( $\phi$ ) y  $k$ , en particular  $1 - \phi = k$ . El modelo autoregresivo (AR(1)), con salto (intensidad del proceso no constante) viene dado por la siguiente expresión:

$$P_t = f(t) + X_t$$

$$X_t = \begin{cases} \phi X_{t-1} + \sigma \cdot \varepsilon_{1t}; \text{prob. } 1 - \lambda_t \\ \phi X_{t-1} + \sigma \cdot \varepsilon_{1t} + \mu_J + \sigma_J \cdot \varepsilon_{2t}; \text{prob. } \lambda_t \end{cases}$$

$$\lambda_t = L1 \cdot \text{otoño}_t + L2 \cdot \text{invier}_t + L3 \cdot \text{primav}_t + L4 \cdot \text{verano}_t$$

$$\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t} \sim i.i.d. N(0,1)$$

Hemos especificado la función estacional  $f(t)$  mediante “dummies” mensuales,

$$f(t) = \sum_{i=1}^{12} M_i \cdot D_i^M \quad \text{donde } D_i^M \text{ es una “dummy” mensual que toma el valor 1 si la}$$

observación ocurre en el  $i$ -ésimo mes y cero en el resto de casos.  $M_i$  es el coeficiente correspondiente. Por otro lado, hemos permitido que el proceso de intensidad tenga estructura estacional. Hemos permitido que la probabilidad de observar un salto sea diferente dependiendo de la estación.  $\text{invier}_t$  comprende los meses de Diciembre, Enero y Febrero. Las otras variables “dummies” se definen a partir de períodos trimestrales consecutivos.

Tabla A4.1.- Parámetros estimados PJM.

	Período 01/97- 12/98		Período 01/98-12/98	
Parámetro	Coef.	Error Est.	Coef.	Error Est.
$\phi$	0.28	0.03	0.23	0.03
$M1$	24.52	1.40	22.39	2.41
$M2$	20.55	2.69	19.46	4.59
$M3$	24.26	1.79	22.27	3.52
$M4$	22.42	2.70	23.38	3.81
$M5$	26.24	1.59	32.47	1.54
$M6$	23.04	2.01	22.71	2.41
$M7$	26.61	1.90	29.99	2.12
$M8$	25.65	2.32	28.95	2.75
$M9$	27.64	1.71	30.38	1.34
$M10$	27.33	1.75	22.75	3.52
$M11$	25.29	2.47	21.14	4.71
$M12$	20.80	2.74	19.23	5.76
$\sigma$	7.11	0.16	7.61	0.23
$L4$	0.17	0.04	0.17	0.05
$\mu_J$	48.97	28.34	68.57	36.94
$\sigma_J$	61.26	12.37	78.27	25.53

**Tabla A4.2**

	Período 01/97- 12/98		Período 01/98-12/98	
Parámetro	Coef.	Error Est.	Coef.	Error Est.
$\phi$	0.28	0.028	0.22	0.026
$M1$	25.25	1.26	22.39	2.41
$M2$	20.40	2.66	19.46	4.59
$M3$	24.08	1.72	22.27	3.52
$M4$	22.22	2.61	23.38	3.81
$M5$	26.02	1.24	32.46	1.55
$M6$	22.87	1.81	22.73	2.45
$M7$	26.33	1.56	29.98	2.11
$M8$	25.39	2.10	28.96	2.72
$M9$	27.33	1.05	30.38	1.34
$M10$	27.01	1.42	22.75	3.52
$M11$	24.93	2.10	21.14	4.71
$M12$	20.32	2.44	19.23	5.76
$\sigma$	7.15	0.16	7.61	0.23
$L4$	0.17	0.04	0.17	0.06
$\mu_J^{june}$	38.33	50.00	53.38	100.07
$\mu_J^{july,aug}$	52.80	25.68	76.27	33.70
$\sigma_J$	60.98	11.06	77.55	24.46

Únicamente presentamos el parámetro estimado  $L4$  dado que el resto de parámetros que componen la especificación estacional del proceso de intensidad no son estadísticamente significativos.

Figura A4.1: Precios Forward (1-mes) Observados y Precios generados por el Modelo.

Enero 1999 – Marzo 2000

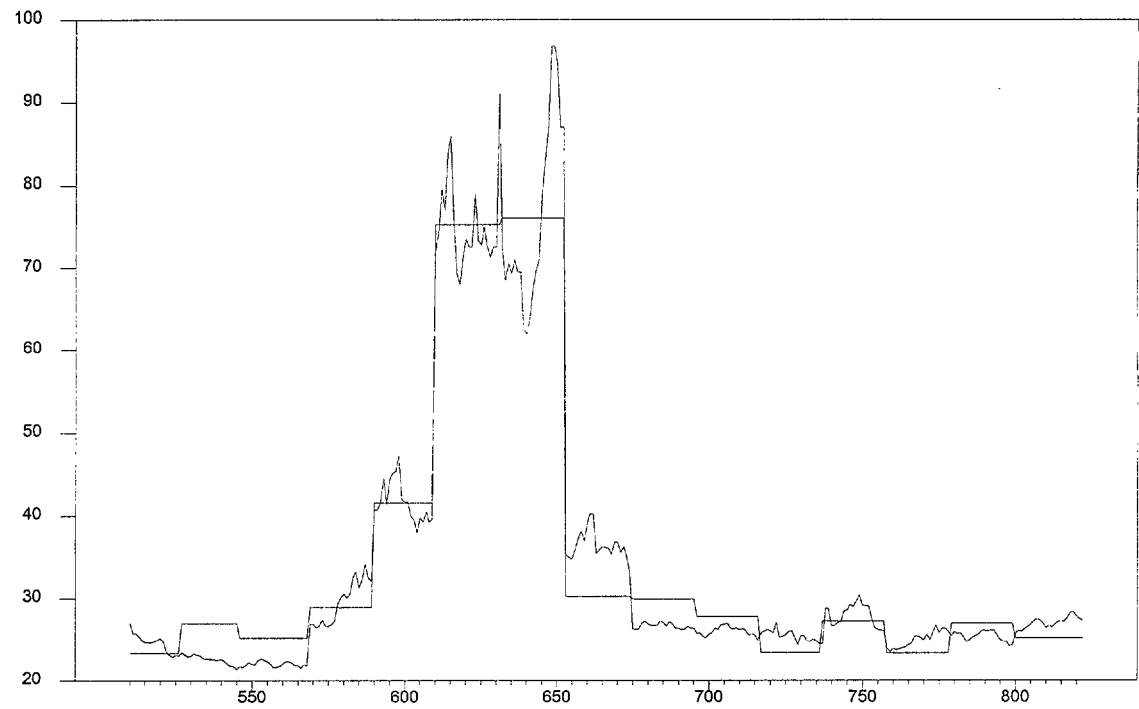
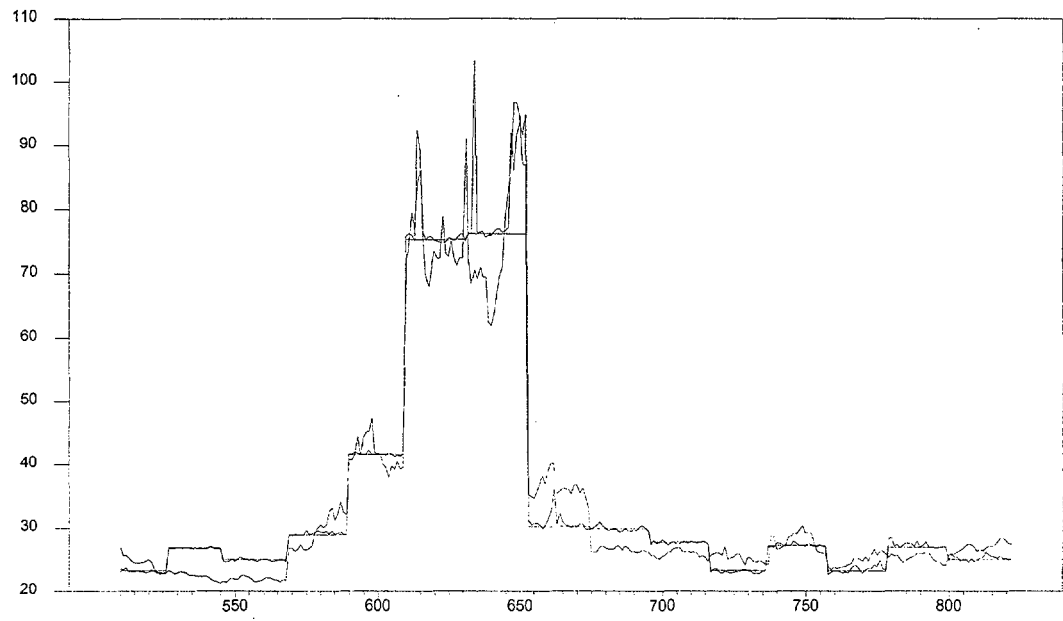


Figura A4.2.: One-month forward contract, Model implied forward series (with  $k = 0.7$  estimated from spot prices), Model implied forward prices with low mean-reversion ( $k = 0.15$ )



## REFERENCIAS

- Balduzzi, P., S.R. Das, S. Foresi y R.K. Sundaram (1996), "A Simple Approach to Three-Factor Affine Term Structure Models", *The Journal of Fixed Income*, December.
- Balduzzi, P., S.R. Das y S. Foresi (1998), "The Central Tendency: a Second Factor in Bond Yields", *Review of Economics and Statistics*, 80, 62-72.
- Balduzzi, P., S.R. Das, S. Foresi y R.K. Sundaram (2000), "Stochastic Mean Models of the Term Structure of Interest Rates" in *Advanced Fixed-Income Valuation Tools*, Jegadeesh and Tuckman eds.
- Bessembinder, H. y M.L. Lemmon (2002), "Equilibrium Pricing and Optimal Hedging in Electricity Forward Markets", *Journal of Finance* 57, 1347-82.
- Chacko G. y S. Das (2002), "Pricing Interest Rate Derivatives: a General Approach", *Review of Financial Studies*, 15(1), 195-241.
- Cipra, T. y R. Romera (1991), "Robust Kalman Filter and its Applications in Time Series Analysis", *Kybernetika*, 27(6), 481-494.
- Das, S. (2002), "The Surprise Element: Jumps in Interest Rates", *Journal of Econometrics*, vol. 106, pp. 27-65.
- Deng, S. (2001), "Stochastic Models of Energy Commodity Prices and their Applications: Mean-Reversion with Jumps and Spikes", UCEI, PWP-073.
- Duffie, D., J. Pan y K. Singleton (2000), "Transform Analysis and Asset Pricing for Affine Jump-Diffusions", *Econometrica*, vol. 68(6), 1343-1376.
- Escribano, A., J.I. Peña y P. Villaplana (2002), "Modeling Electricity Prices: International Evidence", Universidad Carlos III, working paper 02-27.

- Fabra, N. y D. Harbord (2001), "Market Power in Electricity Markets: an overview of the Theoretical and Empirical Literature", mimeo.
- Heston, S. (1993), "A Closed-Form Solution of Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options", *Review of Financial Studies*, 6, 327-343.
- Hirshleifer, D. (1990), "Hedging Pressure and Futures Price Movements in a General Equilibrium Model", *Econometrica*, 58 (2), pp. 411-428.
- Hogan, W.W. (1998), "Competitive Electricity Market Design: a Wholesale Primer", mimeo.
- Jegadeesh N. y G.G. Pennacchi (1996), "The Behavior of Interest Rates Implied by the Term Structure of Eurodollar Futures", *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 28(3), 427-446.
- Knittel, C.R. y M. Roberts (2001), "An Empirical Examination of Deregulated Electricity Prices", UCEI, PWP-087.
- Longstaff, F., y A. Wang (2002), "Electricity Forward Prices: a High-Frequency Empirical Analysis", Working Paper, UCLA.
- Lucía, J. y E. Schwartz (2002), "Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from Nordic Power Exchange", *Review of Derivatives Research*, vol. 5 (1), 5-50.
- Pan, J. (2002), "The Jump-risk Premia Implicit in Options: Evidence from an Integrated Time-series Study", *Journal of Financial Economics*, vol.63, 3-50.
- Piazzesi, M. (2002). "Affine Term Structure Models", WP UCLA, prepared for *Handbook of Financial Econometrics*, available at:  
<http://www.personal.anderson.ucla.edu/monika.piazzesi/>

Pirrong, C. y M. Jermakyan (2000), “The Price of Power: the Valuation of Power and Weather Derivatives”, working Paper, Olin School of Business, Washington University.

Schwartz, E. (1997), “The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging”, *Journal of Finance*, vol. 52(3), 923-973.

Schwartz, E. y J.E. Smith (2000), “Short-term Variations and Long-term Dynamics in Commodity Prices”, *Management Science*, 46 (7), 893-911.

Singleton, K. (2001), “Estimation of Affine Asset Pricing Models using the Empirical Characteristic Function”, *Journal of Econometrics*, 102, 111-141.





## Capítulo 4:

# Valoración de Contratos de Futuros sobre Electricidad: el Papel de la Demanda y la Capacidad

### 4.1 INTRODUCCIÓN

El objetivo de este Capítulo es introducir un marco donde analizar el efecto de variables de oferta (“capacidad de generación”) y demanda sobre el precio spot, y como consecuencia sobre el precio de los contratos de futuros. Debido a sus características particulares, el precio de la electricidad es extremadamente volátil. Sin embargo aun a pesar de esta extrema volatilidad, la electricidad continúa siendo una “*commodity*” y por tanto, las fluctuaciones del precio se deben a cambios en las condiciones de oferta y demanda. Entre las características de la electricidad, hay dos muy importantes que subyacen en las fluctuaciones del precio de la electricidad. Por un lado, la electricidad no es almacenable. Por otro lado, y relacionado con la no almacenabilidad de la electricidad, la electricidad es una mercancía “instantánea”, es decir, demanda y oferta deben estar en todo momento equilibradas. La electricidad debe generarse

instantáneamente para satisfacer la demanda de los consumidores, en vez de ser producida y almacenada hasta que se demande, como en otras muchas “*commodities*”. Esto hace que introducir una variable de oferta relacionada con la “capacidad de generación efectiva” de un sistema eléctrico, sea si cabe más importante, para capturar las fluctuaciones del precio spot y del precio de derivados eléctricos. Este Capítulo propone un marco teórico donde analizar las interacciones de demanda, capacidad de generación y precios, tanto de mercado spot como de contratos de futuros.

Este Capítulo se organiza de la siguiente forma. Primero hacemos un repaso sobre los trabajos de valoración de derivados eléctricos. Posteriormente analizamos las características de la demanda y la oferta de electricidad. En la Sección 4 proponemos un modelo para el precio de la electricidad como función de demanda y capacidad de generación. En la Sección 5 presentamos el modelo bajo la probabilidad riesgo-neutro y derivamos las fórmulas de valoración. La última Sección contiene las conclusiones.

## **4.2 MODELOS DE VALORACIÓN DE DERIVADOS ELÉCTRICOS**

La literatura sobre valoración de derivados eléctricos es relativamente reciente, aunque el número de trabajos sobre el tema está aumentando rápidamente. Por un lado, existen algunos trabajos que siguen la línea iniciada por Schwartz (1997) y Schwartz y Smith (2000). En esa línea de trabajos para la valoración de derivados sobre mercancías en general, encontramos algunos trabajos específicos para la electricidad. Entre ellos cabe mencionar los trabajos de Lucía y Schwartz (2002) y Villaplana (2003). En ambos trabajos las variables de estado modelizadas son no observables, y tienen en cuenta las variaciones de corto plazo y las tendencias a largo plazo observadas en las series de precios. Lucía y Schwartz (2002) aplican el modelo de Schwartz y Smith (2000) a la

valoración de contratos de futuros negociados en el Nord Pool, Villaplana (2003) extiende el trabajo de Schwartz y Smith (2000) introduciendo la posibilidad de saltos en la variable de estado de corto plazo, deriva la fórmulas de valoración bajo el nuevo modelo y realiza un análisis empírico con datos de futuros del mercado americano de Pennsylvania – New Jersey – Maryland (PJM de aquí en adelante).

Por otro lado, dado que la electricidad es una mercancía, podemos identificar variables observables relevantes, principalmente asociadas a variables de oferta y demanda. Esta línea de investigación es la seguida, entre otros, por Pirrong y Jermakyan (1999 y 2000), Barlow (2002) y Bessembinder y Lemmon (2002). Pirrong y Jermakyan (1999 y 2000) proponen modelizar el precio de equilibrio como función de dos variables de estado, la demanda de electricidad y el precio del futuro del combustible marginal. Al incluir el precio del contrato de futuro del combustible marginal, los autores intentan introducir una variable de estado (observable) relacionado con el lado de la oferta. Los autores consideran que el precio de la electricidad debe ser función creciente y convexa en la variable de demanda. Asimismo también incorporan un función estacional (determinista) directamente en la modelización del precio. En Pirrong y Jermakyan (2000) la especificación final del precio como función de las variables de estado es bastante flexible y la estimación se hace mediante técnicas semi-paramétricas. En Pirrong y Jermakyan (1999) se impone una forma funcional que comentaremos en detalle más adelante. Uno de sus principales resultados es que los precios de los contratos “forward” diferirán de los precios spot esperados en vencimiento debido a la existencia de una prima de riesgo por demanda endógena. Los autores realizan un análisis empírico del modelo con datos del mercado americano PJM. En este mercado los niveles máximos de demanda (y volatilidad) se alcanzan durante los meses de

verano<sup>1</sup>. Por tanto, aquellos contratos “forward” que tengan vencimiento en verano tendrán precios superiores, en gran parte debido a la existencia de prima de riesgo de mercado. Bessembinder y Lemmon (2002) toman una perspectiva de equilibrio y tratan de modelizar explícitamente los determinantes económicos existentes en el mercado “forward”. En su modelo de equilibrio el precio spot resultante viene dado por la

expresión  $P = a \left( \frac{D}{N} \right)^{c-1}$ , donde  $D$  es el nivel de demanda,  $N$  es el número de

(simétricos) productores (generadores),  $a$  y  $c$  son constantes,  $c \geq 2$ . Nótese que al considerar  $N$  como una constante, los autores están asumiendo la capacidad de generación no es una variable aleatoria.  $N$  por tanto, actúa como “proxy” para la variable “capacidad de generación” de un mercado (ó sistema eléctrico). La expresión para el precio spot de equilibrio es convexa en el nivel de demanda. Tal y como apuntan, Bessembinder y Lemmon (2002, p.1353) *“if the cost parameter  $c$  is greater than two, marginal costs increase at an increasing rate with (are convex in) output.(...) The rapid increases in marginal costs implied by production levels that approach capacity can be approximated by considering the effect of increasing the cost convexity parameter,  $c$ . Note also that if  $c$  is greater than two, the distribution of power prices will be positively skewed even when the distribution of power demand is symmetric”*.

Por tanto, el parámetro  $c$  captura el grado de convexidad de la función de costes.

Uno de sus principales resultados es la existencia de una prima “forward” positiva (precio “forward” mayor que precio spot esperado) en aquellos contratos con vencimiento en períodos de demanda esperada alta ó alta volatilidad, la razón es la asimetría positiva (a la derecha) de la distribución de precios. La asimetría positiva

---

<sup>1</sup> Tal y como se comprobó en los Capítulos 2 y 3, durante los meses de verano en el mercado PJM existe una alta probabilidad de observar saltos en los precios del mercado spot.

observada en la distribución de precios spot se debe a la convexidad de la función de costes (“supply stack”). Puede mostrarse que en el caso de costes marginales crecientes, la distribución del precio será asimétrica, aun a pesar de que la distribución de demanda sea simétrica. Tal y como apuntan Bessembinder y Lemmon (2002), *“the distribution of wholesale power prices will be positively skewed if marginal production costs are convex or if the demand distribution is positively skewed”*.

Longstaff y Wang (2002) por su parte analizan empíricamente precios “forward” para el mercado PJM, encontrando una importante prima de riesgo que consideran es resultado de la *“racionalidad y la aversión al riesgo de los agentes económicos participantes en el mercado”*. Entre los riesgos económicos que Longstaff y Wang (2002) consideran que existen en mercados eléctricos, están el riesgo de precio y el riesgo generado por la incertidumbre en el nivel de demanda. Aunque la demanda de electricidad puede ser predicha con bastante exactitud siempre existirá una cantidad residual que crea riesgos a los agentes del mercado. Relacionado al riesgo de cantidad los autores consideran que un riesgo muy importante es *“total demand approaching or exceeding the physical limits of power generation”*. Tal y como también argumenta, Krapels (2000), p. 34, *“For all intents and purposes, electricity cannot be stored. What this basically means is that if demand surpasses production in a given time period (hourly, daily or monthly market), there is no upper boundary to price levels. As seen in the various electricity markets in North America over the past few years, spot/cash price levels had no problem reaching factors of 100 or 200 times normal prices”*. En situaciones en las que el nivel de demanda está muy cercano al nivel máximo de capacidad, el precio de la electricidad puede incrementarse de forma abrupta, al tener que producirse electricidad mediante plantas generadoras menos eficientes con un

mayor coste marginal (convexidad de la curva de oferta). En la parte empírica de su trabajo, intentan relacionar la prima “forward” con la diferencia entre capacidad máxima del sistema y demanda esperada. Sin embargo, existe un problema de datos al intentar implementar empíricamente la variable capacidad. Aunque los autores consideran que la variable capacidad es una variable relevante a la hora de explicar la evolución de la serie de precios “forward”, y la prima de riesgo, acaban asumiendo, por falta de datos, que la variable capacidad de generación es constante. Nuestro objetivo en este Capítulo es proveer un marco en donde al menos a nivel teórico, podamos analizar la relación entre la diferencia de capacidad y demanda con el precio de los contratos de derivados.

Los trabajos de Barlow (2002), Skantze et al. (2000) y Skantze y Ilic (2001) también deben mencionarse. Estos trabajos tienen la característica común de imponer una forma funcional entre precio y las variables de estado. Las variables de estado son demanda y una variable no especificada explícitamente relacionada con el lado de la oferta. Barlow (2002) propone un proceso “Ornstein-Uhlenbeck no lineal” para la descripción de las series de precios observadas. Básicamente este autor considera la demanda como la variable de estado relevante (suponiendo que la variable oferta como no aleatoria) y la modeliza mediante un proceso de reversión a la media incorporando una media no constante, que viene determinada por una función estacional determinista. A partir de la observación empírica considera que el precio de la electricidad es una función convexa de la demanda de electricidad. En su análisis empírico (estimación del modelo) muestra como efectivamente su proceso de difusión es capaz de generar saltos (“spikes”), a través de un filtro no lineal que conecta la demanda de electricidad con los precios de electricidad. La convexidad de la función que relaciona demanda y precios es el

elemento que genera la existencia de saltos en la serie de precios (aunque la demanda siga un proceso de difusión). Hay que remarcar que Barlow (2002) considera la oferta como una variable no aleatoria y no considera la valoración de contratos de futuros ni otro tipo de derivados.

Skantze et al. (2000) y Skantze y Ilic (2001) imponen una forma funcional exponencial entre el precio de la electricidad y las variables de estado. Las variables de estado son la demanda y una variable no observable residual, que los autores relacionan con las condiciones de la oferta. En particular suponen que el precio de la electricidad viene dado por la siguiente ecuación:

$$S_h = e^{aL_h + b_h}$$

Según su especificación los precios horarios de la electricidad estarían gobernados por una combinación estados de demanda  $L$  y oferta  $b$ . La estimación del proceso de demanda no es excesivamente complicado ya que la demanda es observable. Tal y como hemos comentado el problema de introducir una variable de oferta (capacidad de generación) es que no es observable en la mayoría de los casos. Los autores proponen una sencilla metodología para extraer el estado de la oferta  $b_h$ , el problema a nuestro entender radica en el hecho de que se considera a la variable de estado de la oferta como un residuo. Bajo su modelización cualquier oscilación del precio que no venga dada por el nivel de demanda será capturado por esta variable. Hay que notar también que la relación entre precio y demanda es menos clara cuanto mayor es el nivel de precio (o demanda), ver Figura 1 del Apéndice para el caso del mercado PJM. Birnbaum et al. (2000) muestran que este tipo de relación también existe entre el precio y la capacidad de generación (ratio de utilización de capacidad ó “reserve margin”). Hay que remarcar que ni en el trabajo de Skantze et al. (2000) ni el de Skantze et al. (2001) se presentan



fórmulas de valoración de derivados ni se analizan las consecuencias del modelo para el precio spot sobre el comportamiento de los precios de futuros.

La existencia de asimetría positiva en la distribución (incondicional) del precio de la electricidad está claramente relacionado con la presencia de saltos. Los saltos aparecen claramente en períodos de demanda alta, ya que, dado un “shock” positivo de demanda, éste tiene un mayor efecto en el precio esperado, cuanto mayor sea el nivel de demanda, debido a la convexidad de la función de oferta. Más adelante se realiza un análisis detallado de la evolución de la demanda, pero anticipamos que períodos de demanda alta también están relacionados con períodos de alta volatilidad de la demanda. El análisis de la evolución de los precios no debe centrarse únicamente en el lado de la demanda. La oferta, a través por ejemplo de la variable “capacidad efectiva”, es un determinante en la evolución de los precios y en la existencia de saltos. Además de los shocks de demanda (positivos), otra posible explicación para la existencia de saltos es una reducción en la oferta (capacidad de generación) del sistema. Esta reducción en la capacidad de generación puede deberse a una reducción en el número de generadores en el sistema ó en el caso de sistemas interconectados, una reducción en las importaciones de capacidad de otros mercados eléctricos cercanos. Krapels (2000) analiza el aumento del precio en el mercado de Nueva Inglaterra (EEUU), durante los días 7 y 8 de Junio de 1999. Muestra como efectivamente un shock de demanda positivo (provocado por un aumento imprevisto de la temperatura) junto con una capacidad efectiva de generación menor de lo habitual, fueron las causas del fuerte aumento de precios (“spikes”).

Birnbaum et al. (2002) muestran la relación entre el nivel de precio y la capacidad de generación en el mercado PJM. Los autores muestran la relación entre precio y capacidad utilizada (“*reserve margin*” ó “*capacity utilization rate*”). Muestran cómo

para el caso del mercado PJM los precios empiezan a incrementar con el porcentaje de capacidad utilizada. El hecho remarcable es que el incremento de precios ocurre aún cuando el porcentaje de capacidad utilizada no es excesivamente alto. También apuntan que los niveles de capacidad utilizada en los que empiezan a aumentar los precios son en el caso de la electricidad menores, comparado con otras “commodities”. Los autores consideran que la no almacenabilidad de electricidad y la inexistencia de sustitutivos a la electricidad son las causas de este patrón.

Por otro lado, Longstaff y Wang (2002) apuntan que efectivamente nivel de demanda cercana ó excediendo los límites físicos de generación de electricidad es un riesgo económico importante (relacionado al riesgo de cantidad). Tal y como comentan estos autores *“the risk of price spikes as demand approaches system capacity is an extreme type of risk which may have important implications for the relation between spot and forward prices”*. Por tanto la mayoría de los trabajos, Bessembinder y Lemmon (2002), Longstaff y Wang (2002), Pirrong y Jermakyan (2000) entre otros, consideran que la variable de capacidad es una variable relevante. En particular, consideran que la variable “diferencia entre capacidad efectiva y demanda” es una de las variables que subyacen tanto en la existencia de saltos en las series de precios “spot”, como en la valoración de derivados y en la evolución de la prima de riesgo de los contratos “forward”. Sin embargo, debido a problemas en la obtención de datos sobre la capacidad de generación de electricidad, todos estos trabajos deben hacer algún supuesto restrictivo, en la mayoría de los casos, obviando finalmente la variable capacidad. Por tanto, parte de las conclusiones y predicciones que se obtengan estarán sesgadas al no incorporar la variable de oferta.

El objetivo de este Capítulo es presentar un marco donde profundizar en la relación entre por un lado variables de demanda y oferta (capacidad y demanda) y por otro lado, los precios spot y forward. En este trabajo modelizamos los precios de equilibrio de mercados eléctricos como una función de dos variables de estado: demanda y capacidad de generación. De esta forma, extendemos los análisis previos realizados por, entre otros, Pirrong y Jermakyan (2000), Barlow (2002) y Bessembinder y Lemmon (2002), ya que consideramos la (máxima) capacidad de generación de un sistema para generar electricidad como una variable aleatoria.

## **4.3 DEMANDA Y CAPACIDAD DE GENERACIÓN.**

### **4.3.1 Demanda**

La demanda de electricidad viene determinada en gran medida por la actividad económica y por la meteorología. La electricidad es una mercancía necesaria y su uso está ligado a la actividad económica. Para un análisis sobre la influencia de la temperatura y la actividad económica sobre la demanda de electricidad en España ver Cancelo y Espasa (1996), Pardo et al. (2002) y Revuelta (2000).

El patrón estacional existente en la actividad económica y en el clima se traslada por tanto, a la demanda de electricidad. Existen varios tipos de estacionalidad en las series de demanda de electricidad. Por un lado, la demanda de electricidad tiene un patrón estacional intra-diario. Si analizamos las series horarias de demanda, podemos identificar de forma clara, horas de demanda alta (también denominadas “horas pico”) y horas de demanda baja (denominadas “horas valle”, que se suelen identificar con el período comprendido entre medianoche y las 6:00 am). También puede observarse un patrón estacional diario, de forma que durante los días laborables la demanda de

electricidad es lógicamente más alta que en los días festivos. Por otro lado, tal y como hemos comentado el clima (meteorología) también influye la demanda. Entre las variables que definen el clima (temperatura, humedad relativa, precipitación, velocidad del viento, etc...), la temperatura es una de las variables que ejerce mayor influencia sobre la demanda de electricidad (Li y Sailor, 1995). Temperaturas extremadamente altas (o bajas) suponen un aumento de la demanda de electricidad, a través de un incremento en el uso de aparatos de aire acondicionado (o aparatos de calefacción). La demanda de electricidad usualmente depende de forma no lineal en la temperatura, Pardo et al. (2002) y revuelta (2000). Esta relación no lineal (en forma de U) hace que la volatilidad de la demanda no sea constante a lo largo del año. Para un incremento dado de temperatura, la demanda se incrementa en mayor medida cuando el nivel de temperatura es alta (o baja). Es decir, también puede observarse un patrón estacional en la volatilidad de la demanda. Por tanto, la demanda de electricidad puede considerarse como un proceso con reversión a la media, donde la media no es constante sino que viene determinado por un componente estacional (determinista) y con períodos de volatilidad alta y baja, que tiene un carácter estacional.

Para la modelización de la variable de demanda (y de oferta) utilizamos procesos de difusión afines, similares a los utilizados en el Capítulo anterior. Por tanto, para poder capturar estas características consideramos que la variable demanda de electricidad puede modelizarse<sup>2</sup> de la siguiente forma:

---

<sup>2</sup> En un paso inicial de esta investigación, consideramos la posibilidad de modelizar la demanda de electricidad como un proceso de difusión con saltos. Dada la estacionalidad en volatilidad, se analizó si ésta estacionalidad podía deberse a la existencia de un patrón de saltos estacional. Esta hipótesis se analizó siguiendo la metodología propuesta por Escribano, Peña y Villaplana (2002) para el análisis de los precios de electricidad. Los resultados sin embargo, no apoyaban la hipótesis de existencia de saltos en la demanda de electricidad. Por tanto, consideramos oportuno modelizar la demanda de electricidad como un proceso de difusión.

$$\begin{aligned} D_t &= g(t) + X_t \\ dX &= -k_x X dt + \sigma_x^{seas.} dZ_x \end{aligned} \tag{1}$$

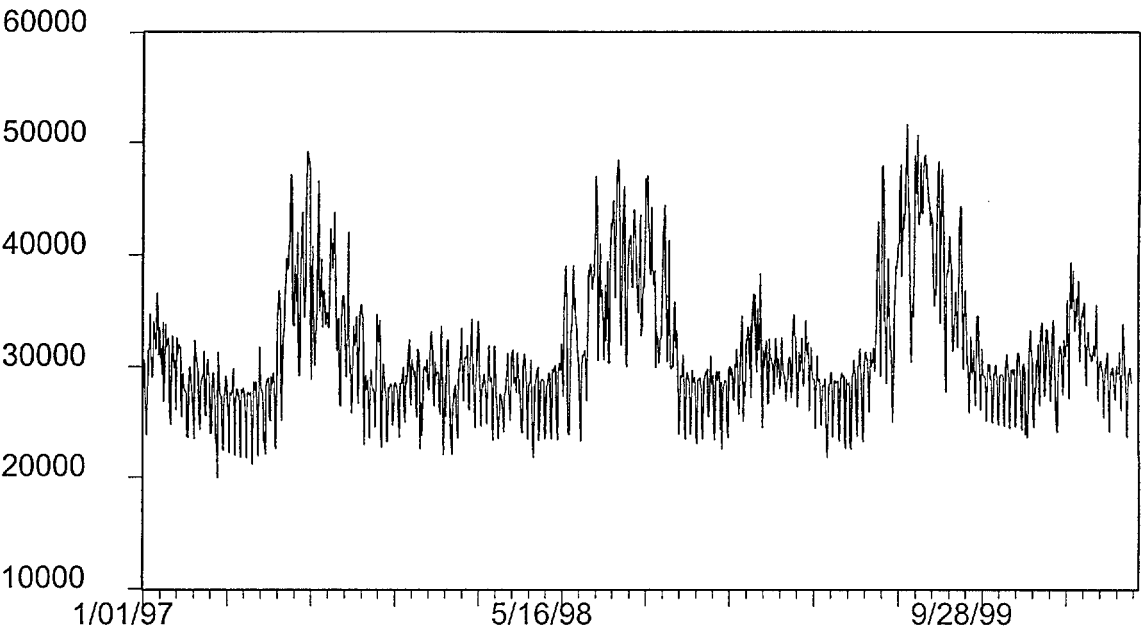
con esta especificación el nivel de demanda, viene dado por una función estacional determinista y por un componente aleatorio  $X$  con reversión a la media. Permitimos que la varianza del proceso sea no constante.

A continuación presentamos unos gráficos con la evolución de la demanda en los mercados del NordPool y del mercado PJM. También presentamos los estadísticos descriptivos y los histogramas de las series.

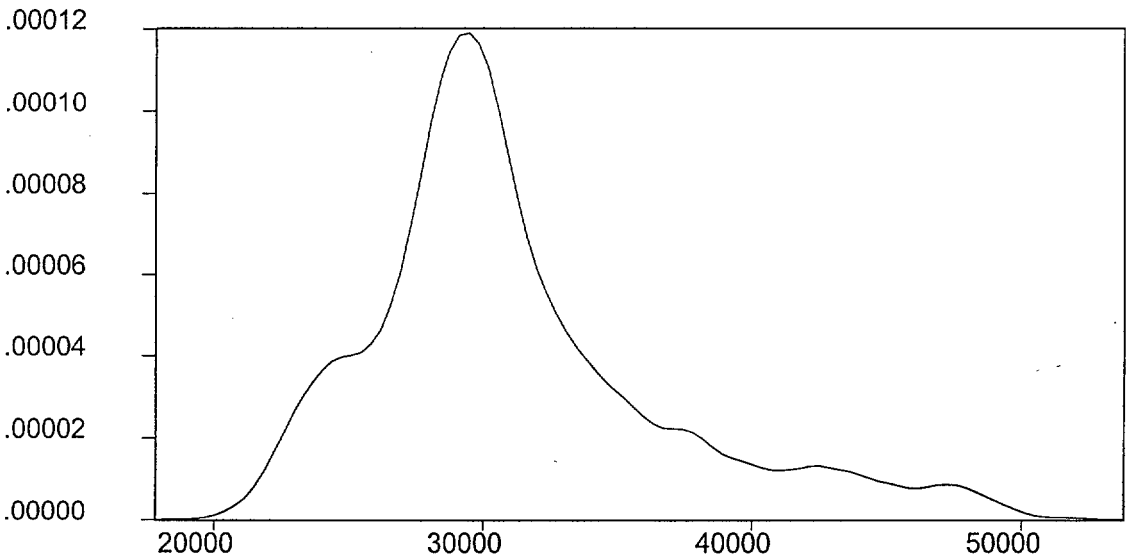
Tabla 1: Estadísticos descriptivos series de demanda sin estacionalidad, mercado PJM y NordPool (NP) (\* No significativamente diferente de cero, 95%)

Series	Obs.	Media	Min.	Max.	Desv.Est.	Asimetr.	Curtosis
PJM	1186	-3.04*	-10144.6	11904.7	3067.9	0.3642	1.117
NP	1113	-1.69*	-3370.08	4146.80	1206.9	0.2633*	0.1125

Serie Demanda. Mercado PJM.  
(Enero 1997 - Marzo 2000)

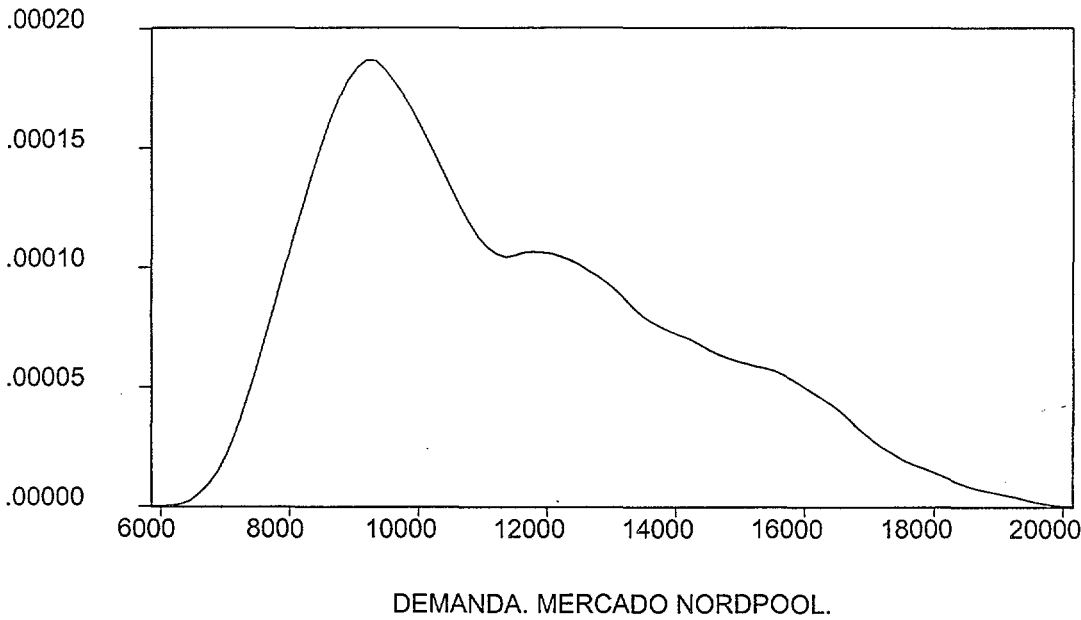
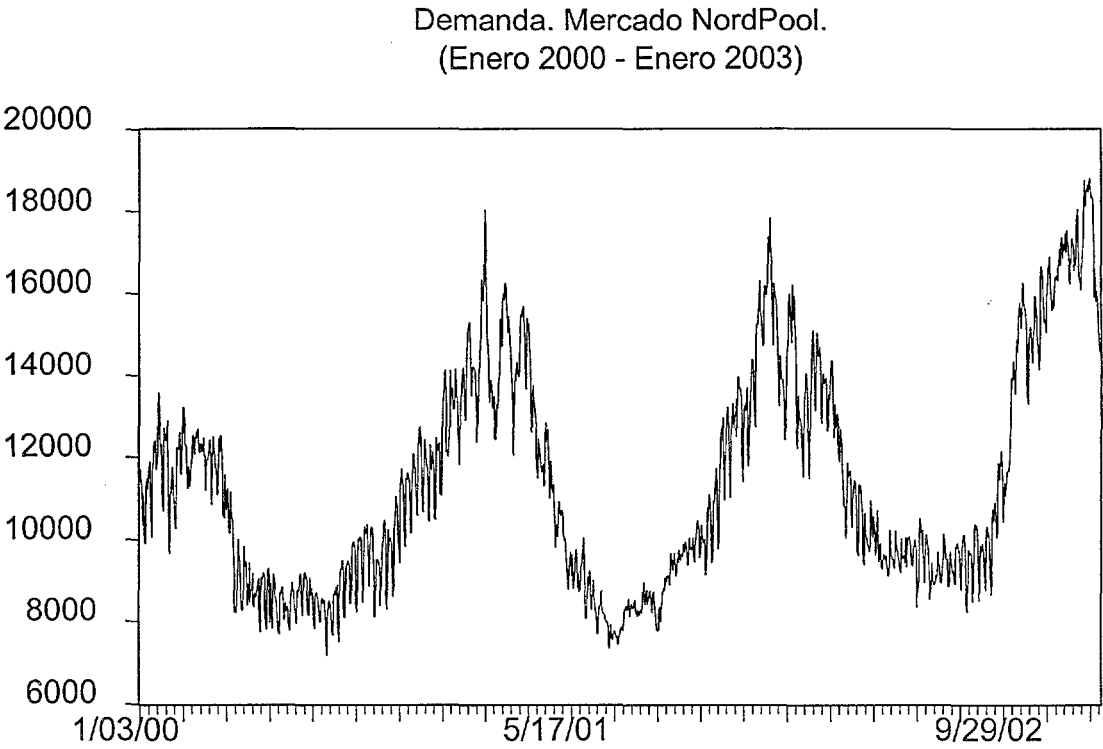


Kernel Density



DEMANDA. MERCADO PJM.





A partir de los gráficos anteriores con las series temporales y los gráficos de las densidades empíricas, así como de la Tabla 1 con los estadísticos descriptivos de las series de demanda sin estacionalidad ( $X$ ), observamos ciertas diferencias en el comportamiento de las series en cada uno de los mercados. Estas diferencias son importantes para entender el comportamiento, tanto de las series de precios como de los contratos de futuros y la correspondiente prima de riesgo. En particular, cabe resaltar que la serie de demanda en el mercado PJM tiene una mayor volatilidad, una mayor asimetría positiva y una mayor curtosis.

A su vez, también hemos estimado el modelo (1) que acabamos de presentar para la demanda, con datos diarios. Para ello hemos discretizado el modelo y hemos realizado la estimación mediante Máxima Verosimilitud. Al tratarse de series de datos diarios el error de discretización es negligible (Melino, 1994) Los modelos se han estimado mediante Máxima Verosimilitud usando RATS 2.5. Las estimaciones se obtuvieron mediante el algoritmo de Berndt, Hall, Hall y Hausman (BHHH) (1974). La estacionalidad en la volatilidad y en la media puede modelizarse bien mediante la inclusión de variables “dummy” mensuales o mediante funciones sinusoidales. Concretamente el modelo estimado es el siguiente:

$$D_t = g(t) + X_t \quad (2a)$$

$$g(t) = B0 + B2 \cdot t + D1 \cdot labora_t + C1 \cdot \sin\left((t + C2) \cdot \frac{2\pi}{365}\right) + C3 \cdot \sin\left((t + C4) \cdot \frac{4\pi}{365}\right) \quad (2b)$$

$$X_t = B1 \cdot X_{t-1} + \sigma_x^s \cdot \varepsilon_t \quad (2c)$$

$$\sigma_x^s = QS1 + QS2 \cdot primav_t + QS3 \cdot otoño_t + QS4 \cdot verano_t \quad (2d)$$



donde  $\varepsilon_t \sim i.i.d. N(0,1)$ . La ecuación (2b) describe el comportamiento estacional determinista de la serie. Así, introducimos una tendencia determinista para capturar los incrementos del nivel de demanda en el tiempo debido a factores socio-económicos y demográficos. La variable  $labora_t$  es una “dummy” que toma el valor 1 si la observación cae en un día entre semana y cero en el resto (fin de semana). Finalmente incorporamos una formulación general mediante funciones sinusoidales permitiendo que hayan dos ciclos por año (dos máximos locales por año). En el caso de que exista un único máximo anual deberíamos obtener  $C3 = C4 = 0$ . En la ecuación (2c) incorporamos la dinámica de la serie de demanda. Esta dinámica se recoge mediante un modelo autoregresivo<sup>3</sup> de orden 1. El parámetro  $BI$  captura la reversión a la media del proceso y se corresponde con el parámetro  $k$  en el modelo (1), por tanto una baja reversión a la media, bajo  $k$ , es equivalente a  $BI \approx 1$ .

La ecuación (2d) modeliza la estacionalidad de la volatilidad de la serie de demanda mediante variables “dummies” estacionales:  $otoño_t$  toma el valor 1 si la observación es en los meses de Septiembre, Octubre o Noviembre y cero en el resto de meses;  $primav_t$  toma el valor 1 si la observación es en los meses de Marzo, Abril o Mayo y cero en el resto de meses, y finalmente  $verano_t$  toma el valor 1 si la observación es en Junio, Julio o Agosto y cero en el resto.

Los resultados de la estimación se presentan en la siguiente Tabla.

---

<sup>3</sup> En este trabajo se utiliza un modelo autoregresivo simple debido al objetivo del trabajo. Utilizamos el modelo discreto (2) con el objeto de obtener estimaciones para los parámetros del modelo en tiempo continuo (1) que es el que posteriormente utilizamos para obtener las fórmulas de valoración para contratos derivados, que es el objetivo último de este trabajo. En el caso de que el objetivo del trabajo fuera la modelización y posterior predicción de la serie de demanda, claramente el modelo autoregresivo de orden 1 sería excesivamente simple. Ver por ejemplo para el caso español, los trabajos de Cancelo y Espasa (1996) y Pardo et al. (2002). En éste último se incorpora una estructura autoregresiva más compleja, pero de nuevo hay que remarcar que los objetivos de este trabajo y el de por ejemplo Pardo et al. (2002) son claramente diferentes.

Tabla 2. Resultados de la estimación del modelo (2a) – (2d)

	MERCADO PJM				MERCADO NORDPOOL			
	Modelo Volatilidad		Modelo Volatilidad		Modelo Volatilidad		Modelo Volatilidad	
	Constante		Estacional		Constante		Estacional	
Parámetro	Coefficiente	t-stat.	Coefficiente	t-stat.	Coefficiente	t-stat.	Coefficiente	t-stat.
B0	26645,59	271,19	26904,66	123,11	9670,01	91,04	10101,38	103,45
B1	0,598	0,02	0,544	25,76	0,802	47,99	0,790	42,95
B2	2,59	0,35	2,05	7,00	2,97	21,68	2,26	17,69
D1	4479,42	182,30	4374,31	27,35	4,68	0,07	11,17	0,17
C1	-4380,63	153,69	4063,42	157,76	-3073,72	-45,32	-3011,19	-52,52
C2	65,70	2,82	-3402,35	-1636,51	257,64	214,54	258,91	225,81
C3	-4246,03	191,87	-3974,79	-22,81	-	-	-	-
C4	113,02	1,13	660,71	719,38	-	-	-	-
STDV	2404,42	182,30			797,43	48,65		
QS1			1939,42	30,36			1023,62	21,21
QS2			-180,93	-2,23			-259,82	-4,53
QS3			64,90	0,75			-174,81	-2,92
QS4			1708,53	9,05			-527,99	-9,80
LL	-10879,26		-10776,19		-8999,47		-8944,78	
SC <sup>4</sup>	21822,22		21637,32		18062,07		17973,74	

Una de las características que cabe destacar es la existencia de diferencias en la reversión a la media. En el mercado americano existe una rápida reversión a la media mientras que la velocidad a la que la serie revierte a la media en el mercado escandinavo es menor. Para un análisis sobre la serie de demanda con datos horarios del mercado PJM también puede consultarse el trabajo de Pirrong y Jermakyan (2000). En el caso de la serie de demanda del mercado escandinavo obtenemos una velocidad de reversión a la media menor, de forma que los “shocks” de demanda en este mercado tienen una mayor persistencia. Tal y como observamos en los resultados del Capítulo 2, la serie de

<sup>4</sup> El criterio de Schwarz se define como:  $-2 \cdot LL + m \cdot \ln(n)$  donde  $LL$  es el valor de la función de verosimilitud,  $m$  es el número de parámetros estimados y  $n$  es el número de observaciones.

precios del mercado escandinavo presentaba el menor grado de reversión a la media. En aquel momento se argumentó que una de las razones por las que podía deberse esta mayor persistencia de los “shocks” en el precio era la estructura de generación del mercado escandinavo. Concretamente, las reservas hidráulicas tienen el efecto indirecto de hacer de reservas de “stock” de electricidad, y este hecho podría estar detrás de la persistencia de los “shocks”. Con los resultados que obtenemos en este Capítulo, comprobamos que los “shocks” en demanda son también más persistentes en este mercado, y por tanto parece lógico pensar que parte de la persistencia en los “shocks” de demanda se pueda trasladar a la persistencia observada en las series de precios.

Otro aspecto importante es la existencia de un patrón estacional tanto en el *nivel* de la serie como en su *volatilidad*. También es importante destacar la correlación entre el patrón estacional en el nivel de la serie y el patrón estacional en la volatilidad de la serie (la *volatilidad* de las series de demanda es alta cuando el *nivel* de las series también es alto). Este hecho junto con la convexidad de la función de costes genera la alta volatilidad y la estacionalidad en la volatilidad de las series de precios. Podemos comprobar como para ambos mercado se obtienen mejores resultados con el modelo con “Volatilidad Estacional” que con el modelo con “Volatilidad Constante”, tanto en términos del valor de la función de Verosimilitud (LL) como si tenemos en cuenta el criterio de Schwarz (donde se penaliza por el incremento de parámetros estimados). También hay que destacar que el comportamiento estacional en la volatilidad de la serie de demanda en el mercado PJM es más acusado que en el caso de la serie del NordPool. Como veremos más adelante este patrón estacional en la volatilidad se traslada al precio de los contratos de futuros. Por tanto, en nuestro modelo, *ceteris paribus*, a mayor estacionalidad en la volatilidad de la demanda mayor estacionalidad en las curvas

forwards (también comprobaremos con la prima de riesgo es función de la volatilidad de la serie de demanda, y por tanto de nuevo, mayor estacionalidad en la volatilidad de la demanda implicará mayor estacionalidad en el comportamiento de la prima forward).

#### 4.3.2 Capacidad de generación.

Existen varios argumentos para considerar que la capacidad de generación (“capacidad efectiva”) de un sistema eléctrico no es constante, y que por tanto, para poder entender mejor la evolución de las series de precios y la evolución de los precios de los contratos derivados, es útil considerarla como una variable aleatoria. A modo de ejemplo, Bessembinder y Lemmon (2002), apuntan que *“power function varies seasonally, as producers schedule planned maintenance outages during periods of low expected power demand”*. Aún a pesar de que estas reducciones sean planificadas, y por tanto conocidas con anterioridad por todos los agentes participantes en el mercado, pueden ser las causas de alguno de los saltos observados en las series de precios. A modo de ejemplo, Krapels (2000) muestra como efectivamente el aumento de precios en el mercado de Nueva Inglaterra durante los días 7 y 8 de Junio de 1999, fue debido a una combinación de reducción de capacidad con un ligero aumento de demanda que en situaciones normales de capacidad no hubiera afectado de forma significativa al nivel de precios. Otro ejemplo, al que volveremos más adelante, es el que se está viviendo recientemente en el mercado escandinavo del NordPool. NordPool es un mercado donde una gran parte de la electricidad se genera mediante recursos hídricos<sup>5</sup>. Durante finales del año 2002 y primeros meses del año 2003 el nivel de reservas en este mercado está en niveles mínimos. Como consecuencia de ellos los precios en el mercado spot y por

---

<sup>5</sup> Para una excelente descripción del funcionamiento y características del mercado del Nord Pool recomendamos, Meneu et al. (2001) y Lucía y Schwartz (2002).

tanto también los precios de los contratos de futuros se han incrementado sustancialmente. Para una relación entre precios spot y nivel de reservas en el mercado NordPool ver también Botterud et al. (2002). Kollberg et al. (1999) presentan otro ejemplo sobre la relación entre variación en la capacidad de generación y fluctuaciones del precio del contrato de futuros en el NordPool: “... *a shock that affected futures prices at Nord Pool was the decision by the Swedish government to close down one nuclear reactor at Barsebäck. At a time when the supply of electricity was already regarded as constrained in the Nordic region, this decision to cut production resources even further made the market react in a powerful way. Suddenly, there was a shift in all forward and futures contracts with maturity after the closing date*”. Por tanto, las fluctuaciones de precios (y sus saltos) no son causadas únicamente por variaciones bruscas en la demanda de electricidad. Además de reducciones de capacidad planificadas o previsibles también es común observar reducciones de capacidad no planificadas. Por ejemplo, debido a reducciones o congestiones en la capacidad de transmisión entre zonas adyacentes.

También hay que considerar que parte de las reducciones de oferta pueden deberse al ejercicio de poder de mercado por parte de los generadores. Este puede ser el caso en algunos de los episodios de incremento de precios en el mercado de California, Joskow y Kahn (2001). Así la FERC (Federal Energy Regulatory Commission), organismo regulador del sector energético, está investigando si las subidas de precios observadas en el mercado de California se debieron al cierre de plantas generadoras, que en su momento se justificaron por problemas técnicos o reparaciones, que quizás fueran innecesarias, y tuvieron como único objeto el incremento artificial de precios.

En este trabajo, no profundizamos en las causas de los cambios en la capacidad efectiva de un mercado y únicamente consideramos que capacidad debe analizarse como una variable aleatoria. De esta forma extendemos los trabajos de Barlow (2002), Bessembinder y Lemmon (2002) y Pirrong y Jermakyan (1999 y 2000) entre otros. Dadas las características de la variable capacidad proponemos el siguiente modelo con reversión a la media y saltos:

$$dc = k_c(\theta_c - c)dt + \sigma_c dZ_c + J_c(\eta_{J,c})d\Pi(\lambda_c) \quad (3)$$

donde  $\theta_c$  es un parámetro de tendencia central para la variable de capacidad  $c$ , la velocidad de reversión viene dada por el parámetro  $k_c$ . La variable capacidad tiene dos términos aleatorios, uno es un proceso difusivo y el otro está gobernado por un proceso de Poisson, que tiene asociada un salto aleatorio  $J_c$ . El coeficiente de la varianza del proceso difusivo es  $\sigma_c^2$  y la ocurrencia de salto está gobernado por un proceso de Poisson, donde el parámetro  $\lambda_c$  captura la frecuencia del proceso. El tamaño del salto puede ser constante ó puede venir dado por una distribución de probabilidad. El proceso de difusión es independiente del proceso de Poisson y del tamaño del salto. El propio proceso de Poisson (probabilidad de ocurrencia de salto) y el tamaño de salto también son independientes entre ellos, ver Duffie, Pan y Singleton (2000) y Piazzesi (2002).

Aunque suponemos que el nivel medio (de equilibrio) viene dado por la constante  $\theta_c$ , podríamos incorporar de forma sencilla una función estacional. La estacionalidad de la capacidad estaría asociada a mercados donde la estructura de generación está dominada por producción hidráulica, por ejemplo el mercado escandinavo. Con respecto a la

distribución del salto, vimos en el Capítulo anterior que pueden derivarse formas analíticas para la función característica del proceso en los casos de que el tamaño del salto tenga una distribución Gaussiana o Exponencial. En este Capítulo vamos a suponer que la distribución del salto es Exponencial, y que los saltos son negativos (el tamaño medio del salto bajo la probabilidad empírica viene dada por el parámetro,  $\eta_{J,c}$ ). Otra alternativa podría ser incluir un doble salto exponencial, tal y como se incluye en el Capítulo anterior, los resultados cualitativos en cualquier de los casos serían los mismos. Es decir, tenemos un proceso con reversión a la media y volatilidad constante donde permitimos que exista la posibilidad de disminuciones bruscas en la capacidad de generación del mercado. Estas disminuciones bruscas nos permitirán capturar los efectos de situaciones puntuales sobre el precio de los contratos de futuros. A modo de ejemplo, introducir este componente de salto nos puede permitir analizar la probabilidad que asigna el mercado a que haya una disminución en la capacidad de intercambio de energía (reducción de importaciones) entre mercados adyacentes (por ejemplo en un mercado con una estructura similar al australiano con “débiles conexiones entre estados”, ver Millán 1999) o una parada de alguna planta generadora importante en mercados concentrados. La importancia real de este componente en un mercado dado es una cuestión empírica.

#### **4.4 MODELO Y RELACIÓN ENTRE PRECIO Y VARIABLES DE ESTADO**

Tanto a nivel empírico como a partir de los resultados del modelo de equilibrio de Bessembinder y Lemmon (2002), sabemos que el precio debe ser una función convexa de las dos variable de estado, ver también Pirrong y Jermakyan (1999 y 2000). Por tanto, podríamos especificar una función genérica  $\varphi(\cdot)$  tal que  $P_t = \varphi(D_t, C_t)$  y donde,

dadas las características del sector eléctrico y la convexidad de la función de oferta (“supply stack”), debería satisfacerse  $\varphi_D > 0$ ,  $\varphi_C < 0$ ,  $\varphi_{DD} > 0$  y  $\varphi_{CC} > 0$ . Pirrong y Jermakyan (1999) consideran en particular la siguiente especificación para la función del precio:

$$P(q_t, g_t, t) = l_t^\gamma e^{\alpha q_t^2 + c(t)}$$

donde  $l_t$  es el precio del fuel marginal,  $q_t$  es el nivel de demanda (“load”) y  $c(t)$  es una función estacional (determinista).

Es razonable considerar que el precio debe ser una función creciente y convexa del nivel de demanda, ver también Pirrong y Jermakyan (2000), Barlow (2002) y Bessembinder y Lemmon (2002). Por otro lado también es lógico pensar que una relación parecida debe existir entre precio y capacidad. Disminuciones de capacidad deberían incrementar el precio para un nivel de demanda dado, y este incremento debería ser creciente. Birnbaum et al. (2002) muestran como existe una relación convexa entre precio y “utilización de capacidad” en el mercado PJM. Existen muchas funciones candidatas para modelizar el precio en función de demanda y capacidad. Dado que el objetivo de este trabajo es la obtención de fórmulas de valoración, en forma analítica, debemos tener en cuenta esta restricción. Tal y como hemos comentado anteriormente y al igual que en el Capítulo anterior, queremos explotar los resultados de Duffie, Pan y Singleton (2000). Por tanto, la restricción adicional es que exista una transformación del precio (en particular la más razonable es la logarítmica), de forma que el log-precio sea función lineal de las variables de estado.



Dadas estas restricciones proponemos el siguiente modelo:

$$P_t = C_t^\gamma \cdot \beta \cdot e^{\alpha \cdot D_t} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} D_t &= g(t) + X_t \\ dX &= -k_x X dt + \sigma_x^{seas} dZ_x \end{aligned} \quad (4b)$$

$$dc = k_c (\theta_c - c) dt + \sigma_c dZ_c + J_c (\eta_{J,c}) d\Pi(\lambda_c) \quad (4c)$$

donde<sup>6</sup>  $c \equiv \ln C$ ,  $\alpha > 0$  y  $\gamma < 0$ .

Por tanto, aplicando logaritmos a la ecuación (3a), el logaritmo del precio es una función lineal de las variables de estado<sup>7</sup>. Es decir, obtenemos la expresión alternativa para el logaritmo del precio:

$$\begin{aligned} \ln P_t &= \gamma \ln C_t + \ln \beta + \alpha \cdot D_t = \\ &= \gamma \cdot c_t + \ln \beta + \alpha \cdot (g(t) + X_t) = \\ &= (\ln \beta + \alpha \cdot g(t)) + (\gamma \cdot c_t + \alpha \cdot X_t) \end{aligned}$$

El primer paréntesis captura los elementos deterministas, si definimos  $f(t) \equiv \ln \beta + \alpha \cdot g(t)$ , obtenemos la expresión final que nos interesa para el logaritmo del precio:

$$\ln P_t = f(t) + \gamma \cdot c_t + \alpha \cdot X_t \quad (5)$$

<sup>6</sup> Debe quedar claro que en este caso y en adelante  $c$  es una variable aleatoria relacionada con la capacidad de generación y no está relacionado con la constante que captura la convexidad de la función de costes en el modelo de Bessembinder y Lemmon (2002).

<sup>7</sup> Se ha estimado la ecuación (4a) con datos semanales del Nord Pool, donde se ha utilizado el nivel de reservas hidráulicas como "proxy" de la variable capacidad. Los resultados de la estimación se presentan en la Tabla A.1 en el Apéndice. Los coeficientes estimados son significativos y tienen el signo esperado.

Al modelizar la variable de interés (log-precio) como una función lineal<sup>8</sup> de las variables de estado, y dado que estas variables de estado siguen procesos afines de difusión con saltos, podremos utilizar los resultados obtenidos por Duffie, Pan y Singleton (2000). Dado que el marco matemático que nos interesa para modelos con procesos de difusión con saltos afines y la definición de este tipo de procesos se expuso en el Capítulo 3, con el objeto de no reiterar la exposición en este Capítulo, remito al lector a la sección 3.2 del Capítulo 3.

Antes de pasar a presentar el modelo bajo la probabilidad riesgo-neutro y derivar la fórmula de valoración, presentamos una ilustración preliminar sobre la idoneidad de la especificación propuesta.

### Relación entre Precio y Demanda

A continuación presentamos de forma más detallada la relación entre precio y demanda. Si imponemos la restricción  $\gamma = 0$ , obtenemos una versión restringida del modelo general propuesto en la ecuación (3a), de forma que la expresión para el precio viene dado por la expresión  $P_t = \beta \cdot e^{\alpha \cdot D_t}$ . La relación entre precio y demanda viene dada por los gráficos 1 y 2. A partir de los gráficos comprobamos la convexidad del precio con el nivel de demanda, y como a partir de cierto nivel de demanda variaciones

<sup>8</sup> Una línea alternativa interesante sería la propuesta por Leippold y Wu (2002) para la modelización de los tipos de interés. Los autores proponen la “familia de modelos cuadrática” de forma que el tipo de interés es función cuadrática de las variables de estado. Los autores muestran como bajo este modelo se mantiene la “tratabilidad” del modelo de forma que se obtienen fórmulas analítica o cuasi-analíticas para derivados sobre el tipo de interés. Sin embargo, los autores modelizan las variables de estado mediante procesos de difusión sin incorporar la posibilidad de discontinuidades de las variables de estado. Una línea de investigación que por tanto, no ha sido desarrollada bajo este marco de modelos cuadráticos es analizar si la posibilidad de obtener fórmulas de valoración cuasi-analíticas se mantiene bajo el marco de modelos cuadráticos donde las variables de estado siguen procesos de difusión afines con saltos. A efectos de este trabajo una línea interesante que queda abierta por tanto, es comprobar si se obtienen mejores resultados al modelizar el precio de la electricidad introduciendo términos cuadráticos de la variables de estado (en la ecuación (4a)).

de demanda tienen un efecto importante sobre el precio. La convexidad de la función dependerá de la estructura de costes existente en cada mercado, y refleja por tanto la curva de oferta agregada del mercado. Se puede comprobar como en el caso del mercado PJM, la curva tiene una forma de “L invertida” más pronunciada. Esto genera en parte los importantes saltos observados en las series de precios del mercado PJM, que se presentaron en el Capítulo 2 y 3. A partir de un cierto nivel de demanda, ligeros incrementos de demanda (shocks positivos de demanda) por encima de este nivel crítico generan incrementos muy importantes en las series de precios. Como hemos comprobado la volatilidad de la serie de demanda es mucho mayor durante el verano, y tal como se ha visto en Capítulos anteriores es durante estos meses de verano cuando se observan los saltos (“spikes”) en los precios spot.

Gráfico 1: Relación entre Precio y Demanda, Mercado PJM.

Datos diarios (Enero 1997 – Marzo 2000)

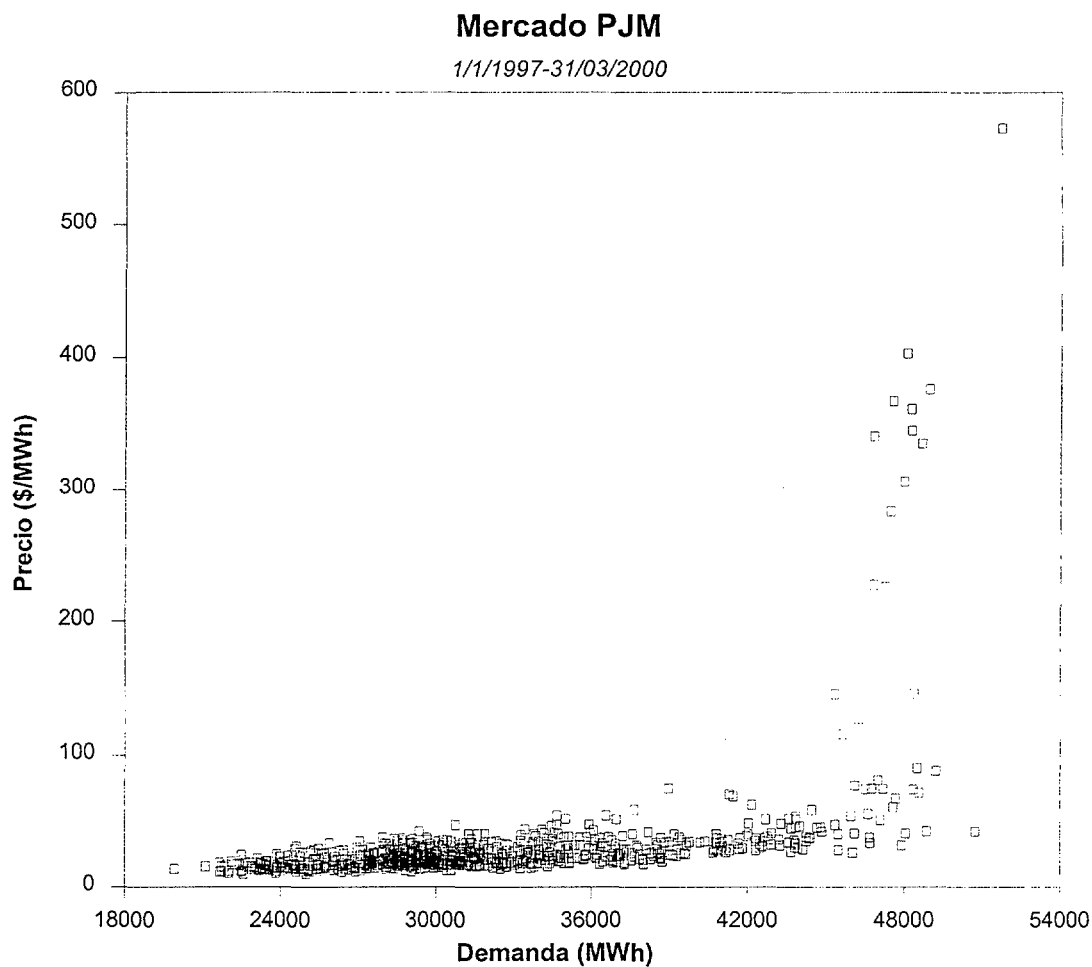
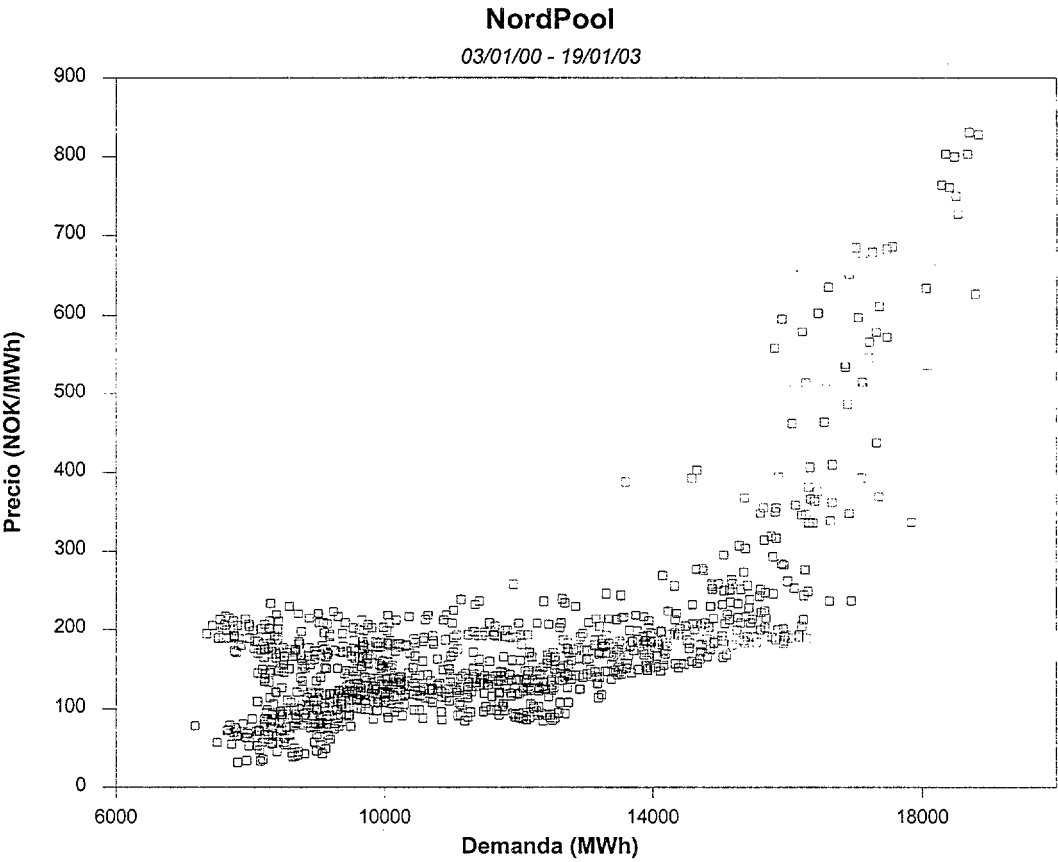


Gráfico 2: Relación entre Precio y Demanda, NordPool.

Datos diarios (Enero 2000 – Enero 2003)



## Relación entre Precio y Capacidad

Igualmente para analizar de forma más directa la relación entre precio y capacidad, imponemos  $\alpha = 0$ . De esta forma obtenemos una versión restringida del modelo (3a-3c). Puede demostrarse que bajo este modelo restringido, el valor esperado (bajo la probabilidad empírica) del precio en el momento  $T$ , viene dada por la siguiente expresión:

$$E^P(P_T|F_t) = \exp\left(\gamma e^{-k_c \tau} c + \theta_c \gamma (1 - e^{-k_c \tau}) + \frac{\sigma_c^2 \gamma^2}{4k_c} (1 - e^{-k_c \tau}) + \frac{\lambda_c}{k_c} \ln\left(\frac{\gamma \eta_{J,c} e^{-k_c \tau} - 1}{\gamma \eta_{J,c} - 1}\right)\right) \quad (6)$$

donde  $F_t$  corresponde a la filtración en el momento  $t$  (es decir, contiene la información hasta  $t$ ).

Podemos reescribir esta expresión como:

$$E^P(P_T|F_t) = \exp\left(\theta_c \gamma + \gamma (c - \theta_c) e^{-k_c \tau} + \frac{\sigma_c^2 \gamma^2}{4k_c} (1 - e^{-k_c \tau}) + \frac{\lambda_c}{k_c} \ln\left(\frac{\gamma \eta_{J,c} e^{-k_c \tau} - 1}{\gamma \eta_{J,c} - 1}\right)\right) \quad (7)$$

De esta forma puede verse más claramente el efecto de la variable capacidad sobre el precio. Hay que recordar que el parámetro  $\gamma$ , captura la convexidad de la relación entre precio y capacidad, y que  $\gamma < 0$ , de forma que disminuciones (aumentos) en la capacidad incrementan (disminuyen) el precio. Esto puede verse claramente en la expresión anterior. Cuanto mayor sea el nivel de equilibrio  $\theta_c$  menor será el precio. También puede analizarse el efecto de las desviaciones de la capacidad real en un momento dado con respecto al nivel de equilibrio. Así tenemos que si  $c_t > \theta_c \Rightarrow \gamma(c - \theta_c) e^{-k_c \tau} < 0$ ,

mientras que si  $c_t < \theta_c \Rightarrow \gamma(c - \theta_c)e^{-k_c \tau} > 0$ . Por tanto incrementos en la capacidad disminuyen el precio esperado. También podemos comprobar como el parámetro  $\gamma$  captura la sensibilidad del precio esperado a cambios de la variable capacidad.

A modo de ilustración en el Apéndice reproducimos un gráfico (“Exhibit 3”) presentado originalmente en el trabajo de Birnbaum et al. (2002), en el que se muestra la relación entre el porcentaje utilizado de capacidad y el nivel del precio. El gráfico muestra como los incrementos de precios ocurren aún cuando el porcentaje utilizado no es “extremadamente” alto<sup>9</sup>. A modo ilustrativo incluimos en el Apéndice los gráficos de las series de precios y reservas hidráulicas<sup>10</sup> en el Nord Pool (Gráfico A.7) y la relación entre la serie de precios y las reservas (Gráfico A.8). Comprobamos como efectivamente existe una relación negativa entre nivel de reservas y precio.

---

<sup>9</sup> Tal y como indican los autores “wholesale prices “fly up” the moment demand surges, though there may be still significant spare capacity in the system, más adelante consideran que el aumento de precios en el sector eléctrico debido a una mayor tasa de utilización de capacidad es especialmente acusado que en otros sectores “electricity prices tend to start rising at lower levels of capacity utilization than do prices for other commodities”

<sup>10</sup> El nivel de reservas hidráulicas en el Nord Pool actúa como “proxy” de la capacidad de generación del mercado escandinavo.

#### 4.5 VALORACIÓN CONTRATOS DE FUTUROS.

En esta sección presentamos la especificación del modelo bajo la probabilidad riesgo neutro y presentamos la fórmula de valoración. Tal y como hemos comentado anteriormente, la especificación propuesta para el modelo nos permite trabajar con los resultados de Duffie, Pan y Singleton (2002). Dado que este marco fue presentado en el Capítulo anterior con bastante detalle, con el objeto de no repetir la exposición, presentaremos los resultados de una forma más directa.

La especificación del modelo bajo la medida de probabilidad objetiva viene dada por las ecuaciones (3a)-(3c). Para la valoración de derivados debemos tener en cuenta el modelo bajo la probabilidad riesgo neutro, Cox y Ross (1976) y Harrison y Kreps (1979), ver también Duffie (1992). En nuestro modelo eso supone incorporar las primas de riesgo que requieren los agentes en equilibrio, en función de las fuentes de incertidumbre. En nuestro caso, las fuentes de incertidumbre son la demanda y la capacidad efectiva de generación, por tanto debemos incorporar dos parámetros adicionales  $(\phi_x, \phi_c)$ . Vamos a incorporar el supuesto de primas de riesgo constantes, aunque tal y como también se analizó en el Capítulo anterior, podríamos incorporar una especificación algo más general. Concretamente el precio del mercado por unidad de riesgo por incertidumbre de demanda y capacidad viene dado por  $\phi_x$  y  $\phi_c$  respectivamente. Dado que la volatilidad de los “shocks” de demanda es estacional, estamos incorporando estacionalidad en el precio de riesgo de demanda.

Bajo la medida de probabilidad riesgo neutro la especificación del modelo viene dado por :



$$\begin{aligned}
 \ln P_t &= f(t) + \gamma \cdot c_t + \alpha \cdot X_t \\
 dX &= k_x (\theta_x^* - X) dt + \sigma_x^{seas} dZ_x^* \\
 dc &= k_c (\theta_c^* - c) dt + \sigma_c dZ_c^* + J_c^* (\eta_{J,c}^*) d\Pi(\lambda_c) \\
 dZ_x^* dZ_c^* &= \rho dt
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\text{donde } \theta_x^* = -\frac{\phi_x \cdot \sigma_x^{seas}}{k_x} \text{ y } \theta_c^* = \theta_c - \frac{\phi_c \cdot \sigma_c}{k_c}.$$

En el caso del ajuste por riesgo en el componente de salto, hacemos un supuesto similar al que realizamos en el Capítulo 3. Dado que no es posible empíricamente separar el efecto del componente tamaño de salto y probabilidad de salto hacemos el supuesto simplificador  $\lambda_c^* = \lambda_c$ , de forma que el componente de riesgo por salto estará artificialmente recogido únicamente por riesgo de tamaño de salto.

Tal y como vimos en el Capítulo anterior, el precio del contrato de futuros puede re-expresarse en función de las variables de estado de la siguiente forma:

$$F(D, C, t, T) = E^Q \left[ e^{\ln P_T} | F_t \right] = e^{f(T)} \cdot E^Q \left[ e^{\gamma \cdot c_T + \alpha \cdot X_T} | F_t \right] \tag{9}$$

Si definimos los vectores  $u = (u_1, u_2) = (\gamma, \alpha)$  y el vector de variables de estado  $Y = (c, X)$ , comprobamos que estamos en el marco de los modelos con procesos de difusión con saltos, y que siguiendo a Duffie, Pan y Singleton (2000), y los resultados presentados en el Capítulo anterior podemos derivar en forma analítica tanto la función característica como la fórmula de valoración del contrato de futuros, ya que únicamente hemos de calcular,  $E^Q \left[ e^{u \cdot Y_T} | F_t \right]$ . El cálculo de la fórmula de valoración sigue los mismos pasos que se utilizaron para obtener las fórmulas de valoración del Capítulo 3.

Así, bajo este modelo la fórmula de valoración de un contrato de futuros con vencimiento en  $T$  viene dada por la expresión:

$$F(x, c, t, T) = \exp\{f(T) + \gamma \cdot c_t \cdot e^{-k_c(T-t)} + \alpha \cdot x_t \cdot e^{-k_x(T-t)} + A(T-t)\} \quad (10)$$

donde

$$\begin{aligned} A(T-t) = & \theta_c^* \gamma (1 - e^{-k_c(T-t)}) - \frac{\phi_x \alpha}{k_x} (1 - e^{-k_x(T-t)}) + \frac{\sigma_x^2 \alpha^2}{4k_x} (1 - e^{-2k_x(T-t)}) \\ & + \frac{\sigma_c^2 \gamma^2}{4k_c} (1 - e^{-2k_c(T-t)}) + \frac{\rho \sigma_x \sigma_c \gamma \alpha}{k_x + k_c} (1 - e^{-(k_x + k_c)(T-t)}) + \frac{\lambda_c}{k_c} \ln \left( \frac{\gamma \eta_{J,c}^* e^{-k_c \tau} - 1}{\gamma \eta_{J,c}^* - 1} \right) \end{aligned}$$

Al obtener la fórmula analítica para el precio del contrato de futuro, también podemos calcular de forma explícita la prima de riesgo de los contratos de futuros (*“forward risk premium”*).

$$RP_t \equiv \ln F(t, T, P) - \ln E_t^P(P_T) = -\gamma \frac{\phi_c \sigma_c}{k_c} (1 - e^{-k_c \tau}) - \alpha \frac{\phi_x \sigma_x^{seas}}{k_x} (1 - e^{-k_x \tau}) + \frac{\lambda_c}{k_c} J^{RP} \quad (11)$$

$$\text{donde: } J^{RP} \equiv \ln \left( \frac{\gamma \eta_{J,c}^* e^{-k_c \tau} - 1}{\gamma \eta_{J,c}^* - 1} \right) - \ln \left( \frac{\gamma \eta_{J,c} e^{-k_c \tau} - 1}{\gamma \eta_{J,c} - 1} \right)$$

Nos interesan principalmente los dos primeros términos de la ecuación (11). Comprobamos como efectivamente el tamaño de la prima de riesgo depende de la sensibilidad del precio a los cambios en las variables de estado. Cuanta mayor convexidad en la relación entre precio y demanda, mayor será la prima de riesgo. Otro



factor importante es como la estacionalidad en la volatilidad de la demanda se traslada a la prima de riesgo. Así, para el mercado PJM hemos comprobado en secciones anteriores la existencia de un patrón estacional en volatilidad de la demanda. Los trabajos de Bessembinder y Lemmon (2002), Pirrong y Jermakyan (1999 y 2000) y Villaplana (2003) presentan evidencia y discuten la estacionalidad de la prima de riesgo de contratos forward. Con el modelo propuesto en este Capítulo proveemos un nuevo argumento para explicar ese patrón estacional en la prima de riesgo. Según nuestro modelo, la prima de riesgo será mayor en aquellos contratos que tengan vencimiento en períodos de alta volatilidad de demanda. Tal y como se muestra en la Tabla 2, el mercado PJM se caracteriza por tener una alta volatilidad de la demanda en los meses de Junio, Julio y Agosto<sup>11,12</sup>. Tal y como vimos en el Capítulo 3, el precio de los contratos de futuros con vencimiento en esos meses son extremadamente altos. Además también mostramos como las diferencias de tamaño en las primas de riesgo entre diferentes mercados pueden explicarse en parte por la convexidad de entre precio y demanda.

#### **4.6 CONCLUSIONES**

En este Capítulo se ha presentado un marco para la valoración de contratos de derivados incorporando el efecto de variables de demanda y oferta. El objetivo de este capítulo era presentar un marco donde discutir los posibles efectos que tienen las variables de demanda y oferta sobre los contratos de futuros. Hemos hecho un breve

---

<sup>11</sup> Para el mercado PJM también se ha utilizado una especificación de la volatilidad mediante funciones sinusoidales, los resultados son muy similares y en particular son algo mejores con la especificación mediante “dummies”.

<sup>12</sup> También se ha estimado una especificación permitiendo que la volatilidad sea diferente entre cada uno de estos meses. Los resultados muestran que la volatilidad es algo más alta en el mes de Julio aunque las diferencias no son estadísticamente significativas y por ello no se han presentado.

repaso sobre la literatura y hemos notado cómo la variable de oferta, “capacidad de generación” es considerada por la mayoría de los trabajos como una variable relevante para comprender la valoración de los contratos de futuros, además del precio spot. Sin embargo hemos comprobado como estos trabajos aún a pesar de considerarla como una variable importante no acababan de introducirla en el análisis. Hemos apuntado que efectivamente la dificultad de implementarla empíricamente podría ser la razón de que no exista ningún modelo que la incluya de forma explícita. Sin embargo, consideramos que el marco teórico que hemos introducido puede ser un punto de partida importante para comprender la prima de riesgo de contratos forward y obtener fórmulas de valoración analíticas. El marco que proponemos consiste en modelizar las variables de estado mediante procesos de difusión afines (con la posibilidad de saltos) y hemos derivado la fórmula de valoración para contratos de futuros. Nuestro modelo extiende entre otros el trabajo de Barlow (2002).

Presentamos una expresión en forma analítica para la prima de riesgo y comprobamos que esta depende positivamente del grado de convexidad en la relación entre precio spot y variables de estado, de la volatilidad de las variables de estado y del precio del riesgo. Comprobamos como la estacionalidad observada en la prima de riesgo en el mercado PJM puede explicarse en parte por el fuerte patrón estacional en la volatilidad de la serie de demanda, junto con la relación entre precio y demanda existente en este mercado (caracterizada por tener una forma de “L invertida” muy pronunciada).

APÉNDICE CAPÍTULO 4

Gráfico A.1: Series de Precio y Cantidad. Mercado PJM. Datos Diarios.

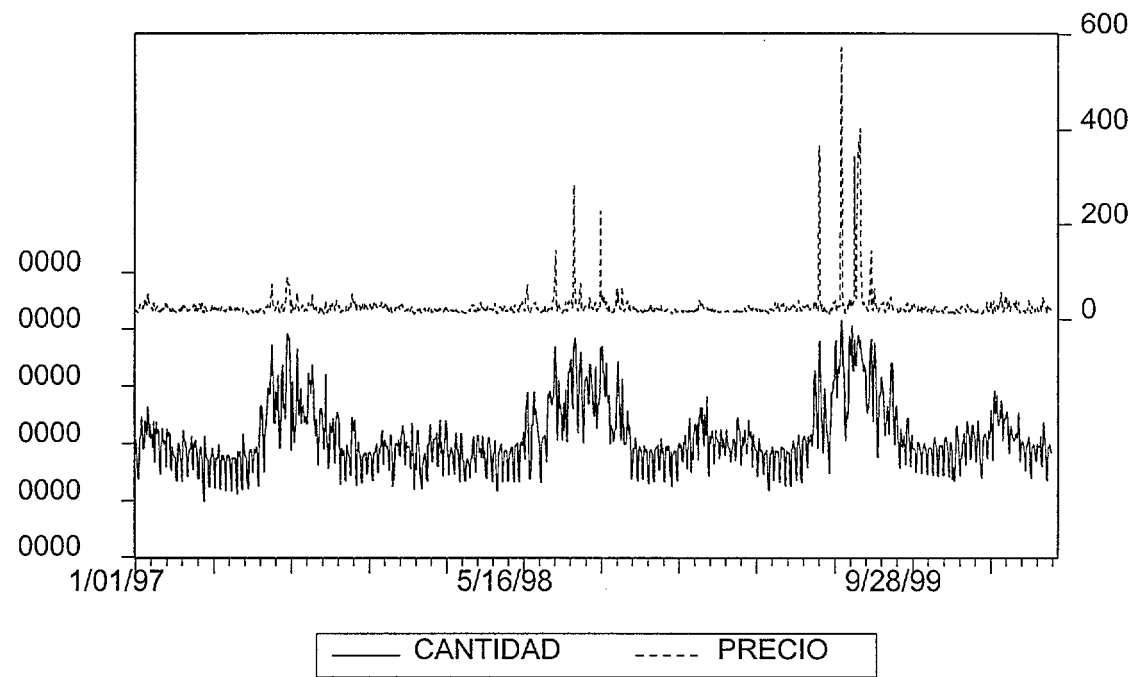


Gráfico A.2: Relación entre Precio y Demanda en el Mercado PJM.

PMODELO se define a partir de la siguiente especificación:  $P_i = \beta \cdot e^{\alpha \cdot D_i}$

La estimación de este modelo simple tiene únicamente un objetivo ilustrativo, sobre el tipo de relación existente entre precio y nivel de demanda.

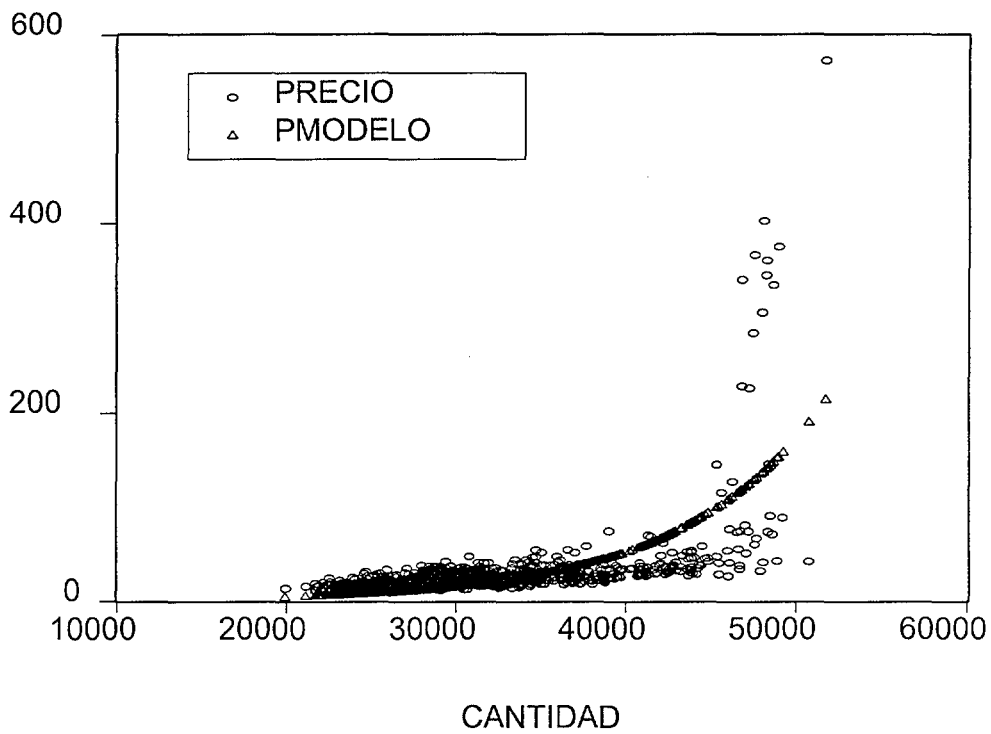
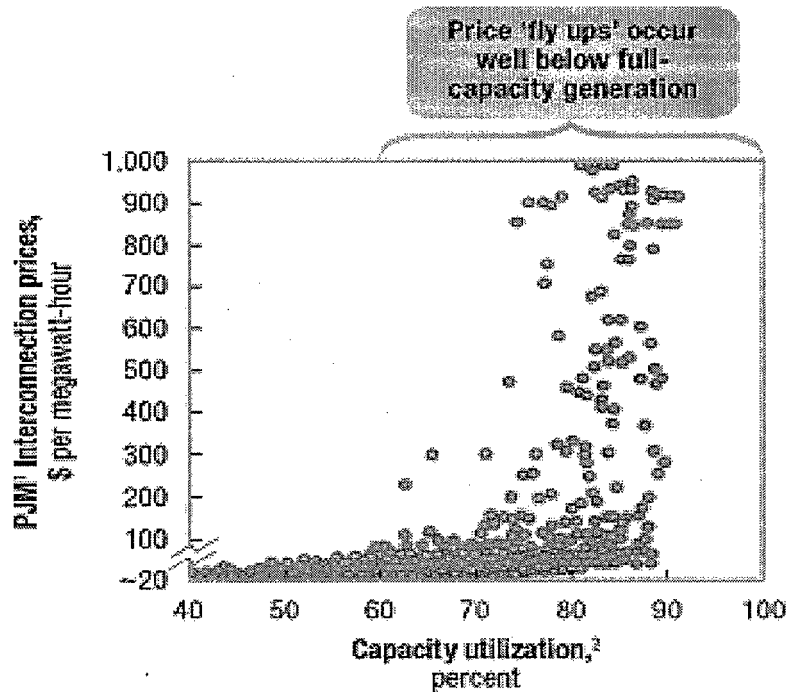


Gráfico A.3: Relación entre Precio y Utilización de Capacidad, Mercado PJM.

EXHIBIT 3

Surprising price behavior in power generation



<sup>1</sup>Pennsylvania, New Jersey, Maryland.

<sup>2</sup>Capacity utilization = 1 hour's demand ÷ 1 hour's available generation capacity.

Fuente: Birnbaum et al. (2002). McKinsey Quarterly

Gráfico A.4: Series de Precio y Cantidad. Nord Pool. Datos Diarios.

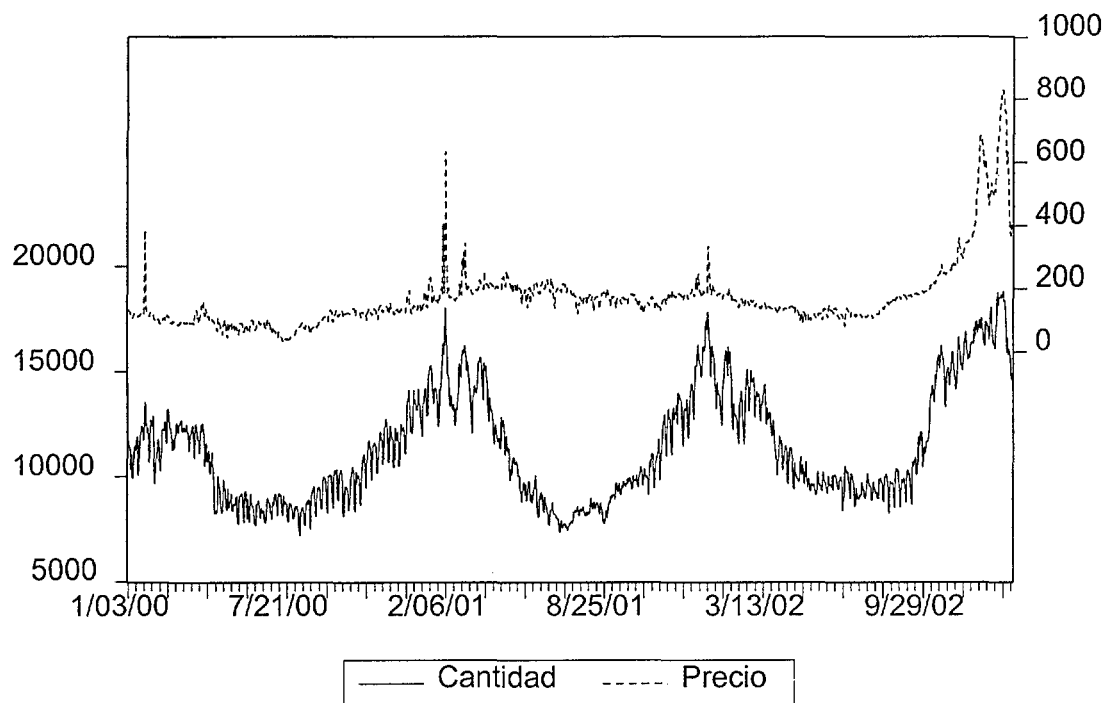




Gráfico A.5: Relación entre Precio y Demanda en el Mercado NordPool.

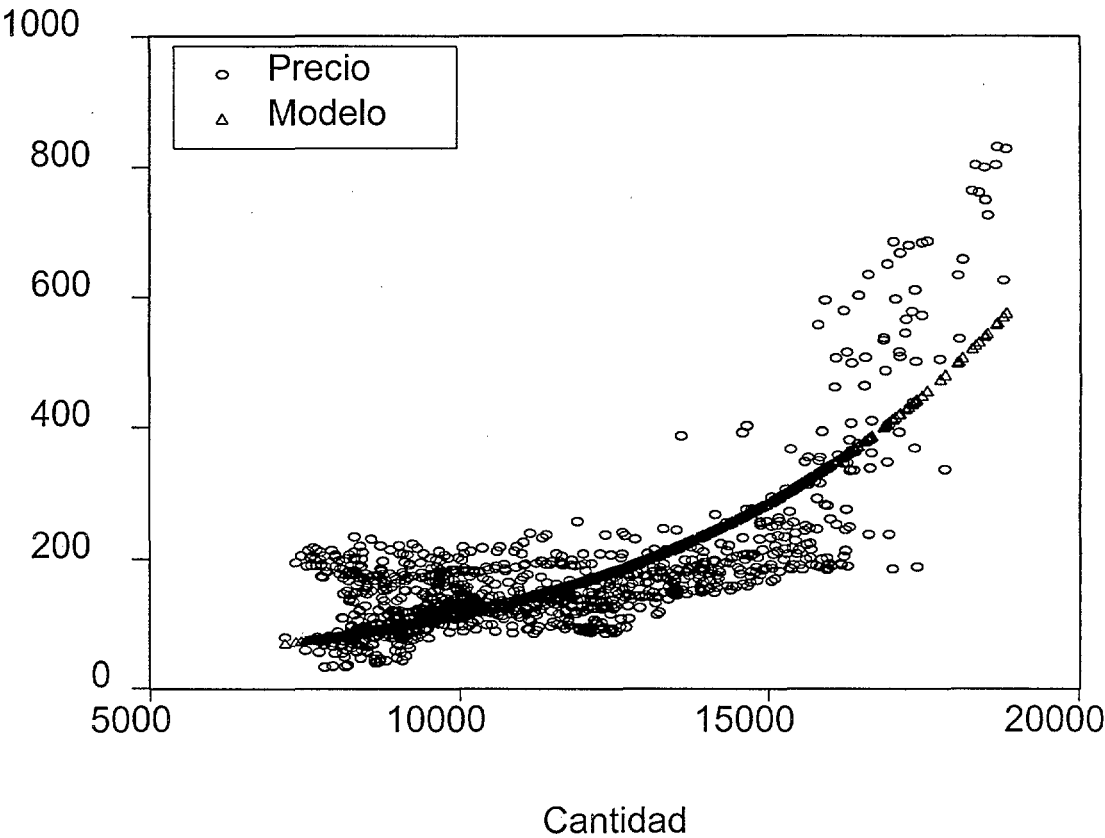


Gráfico A.6: Mercado Nord Pool. Reservas Hidráulicas (GWh). Datos semanales.

Enero 2000 – Marzo 2003 (168 obs.)

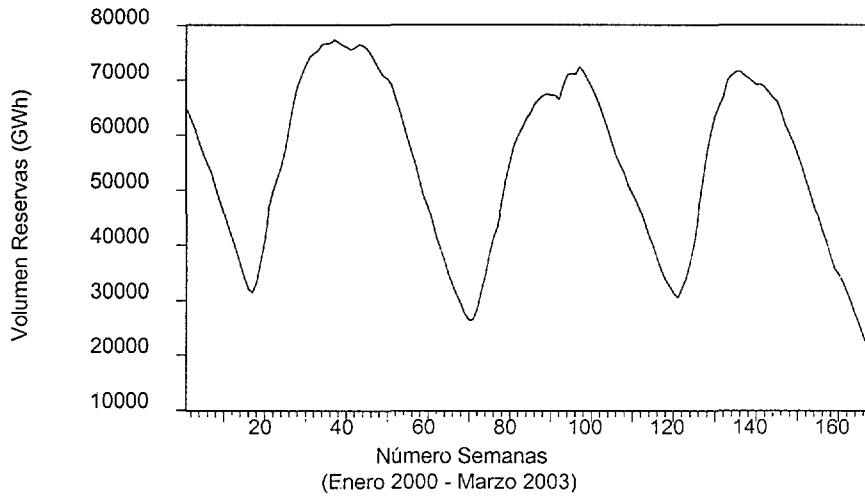


Gráfico A.7: Series de Precio y Reservas Hidráulicas. Nord Pool.

Datos semanales. Enero 2000 -- Marzo 2003 (168 obs.)

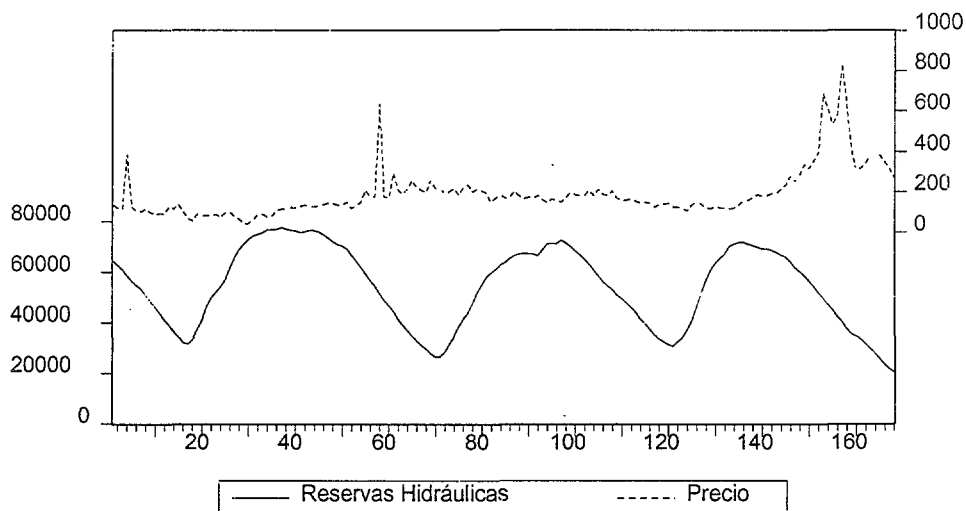


Gráfico A.8: Relación entre Precio y Reservas Hidráulicas. Mercado NordPool. Datos semanales. Enero 2000 – Marzo 2003 (168 obs.)

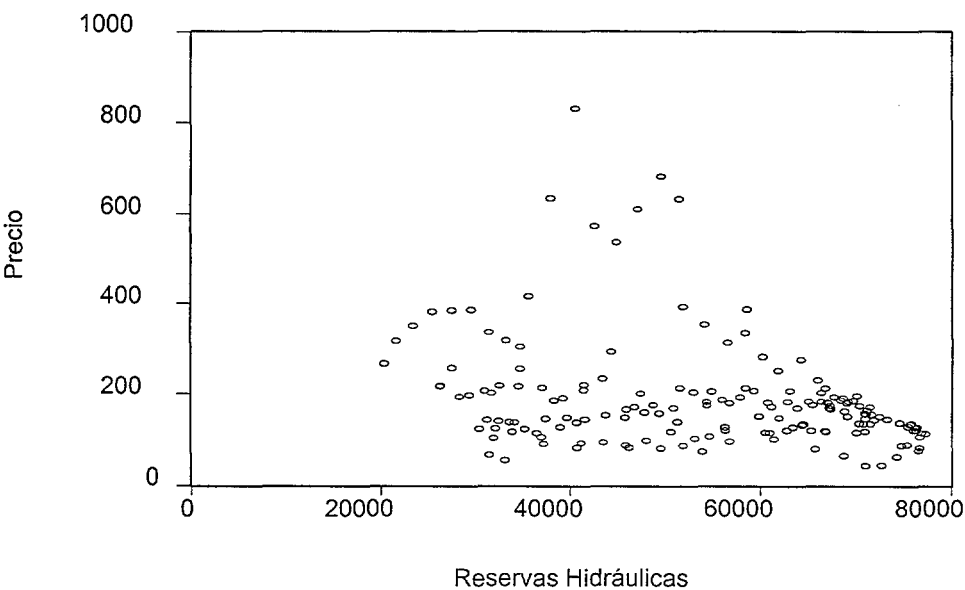


Tabla A.1: Resultado Estimación Ecuación (4a). Nord Pool. Datos Semanales

Para realizar la estimación hemos log-linealizado la ecuación (4a) de forma que tenemos:

$$P_t = C_t^\gamma \cdot \beta \cdot e^{\alpha \cdot D_t} \quad \Rightarrow \quad \ln P_t = \ln(\beta) + \gamma \cdot \ln(C_t) + \alpha \cdot D_t$$

Redefiniendo parámetros y variables tenemos la ecuación de regresión que se ha estimado:

**Tabla A.1: Resultados Estimación Ecuación (4a). Nord Pool.**

Dependent Variable: LPRICE

Method: Least Squares

Sample: 1 168

Included observations: 168

LPRICE =C(1)+C(2)\*LWATER+C(3)\*VOL

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	5.968774	0.976608	6.111738	0.0000
C(2)	-0.219197	0.086434	-2.536012	0.0121
C(3)	0.000128	1.05E-05	12.15228	0.0000
R-squared	0.522616	Mean dependent var	5.103357	
Adjusted R-squared	0.516829	S.D. dependent var	0.508770	
S.E. of regression	0.353648	Akaike info criterion	0.776668	
Sum squared resid	20.63607	Schwarz criterion	0.832453	
Log likelihood	-62.24008	F-statistic	90.31669	
Durbin-Watson stat	0.296281	Prob(F-statistic)	0.000000	

donde:

$$C(1) = \ln(\beta), C(2) = \gamma, C(3) = \alpha.$$

LPRICE: logaritmo del precio

LWATER: logaritmo de las reservas hidráulicas, que actúan como “proxy” de la variable capacidad ( $C_t$ )

VOL: variable de demanda ( $D_t$ )



## REFERENCIAS

- Barlow, (2002), “A Diffusion Model for Electricity Prices”, *Mathematical Finance*, 12, pp. 287-298.
- Berndt, E.K., B.H. Hall, R.E. Hall y J.A. Hausman (1974), “Estimation and Inference in Non-Linear Structural Models”, *Annals of Economic and Social Measurement*, 4, 653-665.
- Bessembinder, H. y M. Lemmon (2002), “Equilibrium Pricing and Optimal Hedging in Electricity Forward Markets”, *Journal of Finance*, 57 (June), 1347-82.
- Birnbaum, L., J. M<sup>a</sup>. Del Aguila, G. Domínguez y P. Lekander (2002), “Why Electricity Markets Go Haywire?”, *McKinsey Quarterly* 1.
- Botterud A., A.K. Bhattacharyya y M. Ilic (2002), “Futures and spot prices – an analysis of the Scandinavian electricity market”, *Proceedings of North American Power Symposium 2002*.
- Cancelo, J.R. y A. Espasa (1996), “Modelling and Forecasting Daily Series of Electricity Demand”, *Investigaciones Económicas*, vol. XX(3), 359-376.
- Cox, J. y S. Ross (1976), “The Valuation of Options for Alternative Stochastic Proceses”, *Journal of Financial Economics* 3, 145-166.
- Duffie, D. (1992), *Dynamic Asset Pricing Theory*, segunda ed. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press
- Duffie, D., J. Pan y K. Singleton (2000), “Transform Analysis and Asset Pricing for Affine Jump-Diffusions”, *Econometrica*, vol. 68(6), 1343-1376.
- Escribano A., J.I. Peña y P. Villaplana (2002), “Modelling Electricity Prices: International Evidence”, WP 02-27, Universidad Carlos III.

- Harrison, M. y D. Kreps (1979), "Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets", *Journal of Economic Theory* 20, 381-408.
- Joskow, P. y E. Kahn (2001), "A Quantitative Analysis of Pricing Behavior in California's Wholesale Electricity Market during Summer 2000", working paper, Department of Economics, Massachusetts Institute of Technology.
- Knittel C. y M. Roberts (2001), "An Empirical Examination of Deregulated Electricity Prices", PWP-087, UCEI.
- Kollberg J., J. Elf, P. Wigert, F. Lundquist, E. Mork y A. Cho (1999), "Relating Risk Management Strategy to Modelling Uncertainties in the Nordic Power Markets", en *Energy Modelling and the Management of Uncertainty*, RiskPublications.
- Krapels, E.N. (2000), *Electricity Trading and Hedging*, RiskPublications.
- Leippold, M. y L. Wu (2002), "Asset Pricing under the Quadratic Class", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 37(2), p. 271-295.
- Li, X. y D.J. Sailor (1995), "Electricity Use Sensitivity to Climate and Climate Change", *World Resour. Rev.*, 7 (3), 334-346.
- Longstaff, F.A. y A.W. Wang (2002), "Electricity Forward Prices: a High-Frequency Empirical Analysis", working paper 10-02, UCLA.
- Melino, A. (1994), "Estimation of Continuous-time Models in Finance", in *Advances in Econometrics, Sixth World Congress*, Volume II, edited by C. Sims, Cambridge University Press, Cambridge.
- Millán R. (1999), *Los Mercados de Futuros de Electricidad*, Ed. Civitas.
- Pardo, A., V. Meneu y E. Valor (2002), "Temperature and Seasonality Influences on Spanish Electricity Load", *Energy Economics*, vol. 24 (1), 55-70.

- Piazzesi, M. (2002). “Affine Term Structure Models”, WP UCLA, prepared for *Handbook of Financial Econometrics*, available at:  
<http://www.personal.anderson.ucla.edu/monika.piazzesi/>
- Pirrong, C. y M. Jermakyan (1999), “Valuing Power and Weather Derivatives on a Mesh Using Finite Difference Methods”, en *Energy Modelling and the Management of Uncertainty*, Risk Publications.
- Pirrong, C. y M. Jermakyan (2000), “The Price of Power: the Valuation of Power and Weather Derivatives”, working Paper, Olin School of Business, Washington University.
- Revuelta, J.M. (2000), *Desarrollo de una Metodología Automática de Modelización de Series Diarias de Actividad Económica. Aplicación a Series Diarias de Demanda Eléctrica*. Tesis Doctoral, Departamento de Estadística y Econometría, Universidad Carlos III de Madrid.
- Skantze, P., A. Gubina y M. Ilic (2000), “Bid-based Stochastic Model for Electricity Prices: the Impact of Fundamental Drivers on Market Dynamics”, Report 00-04, Energy Laboratory, MIT.
- Skantze, P. y M. D. Ilic (2001), *Valuation, Hedging and Speculation in Competitive Electricity Markets: a Fundamental Approach*, Kluwer Academic Publishers
- Villaplana, P. (2003), “Pricing Power Derivatives: a Two-Factor Jump-Diffusion Approach”, Working Paper 03-18, Universidad Carlos III.





## Capítulo 5:

# Extensiones y Posibles Líneas de Investigación Futura

A lo largo de los diferentes Capítulos de esta Tesis Doctoral se han ido comentando las posibles extensiones y líneas de investigación que podrían realizarse en el futuro. En este Capítulo exponemos de forma conjunta y más extendida alguna de las líneas de investigación futura que se han generado a partir de los resultados obtenidos en esta Tesis Doctoral.

### 5.1 POSIBLES EXTENSIONES DEL CAPÍTULO 2

En el Capítulo 2, “Modelización del Precio de la Electricidad: Evidencia Internacional”, hemos propuesto un modelo general para la modelización de las series de precios de electricidad en mercados liberalizados, que captura e integra sus diferentes características: estacionalidad, reversión a la media, volatilidad estocástica y saltos. Uno de los resultados más importantes es que la modelización propuesta incorpora la posibilidad de incluir un proceso GARCH y un proceso que captura los saltos. A raíz de los resultados de estimación presentados hemos comprobado como procesos GARCH y

saltos son elementos complementarios, que a nuestro entender deben incorporarse de forma simultánea, cuando el analista modeliza las series de precios de electricidad en mercados liberalizados. En particular, también hemos comprobado la dificultad, y las limitaciones resultantes de modelizar la volatilidad de las series de precios únicamente con procesos GARCH. Por ello, consideramos que existen varios ejercicios interesantes que podrían ser objeto de análisis futuro. Por un lado debería realizarse una comparativa de metodologías de cálculo de Valor en Riesgo (VaR) para serie de precios de electricidad. Para una amplia revisión de las diferentes metodologías propuestas para el cálculo del Valor en Riesgo puede consultarse entre otros Peña (2002). En el Capítulo 2 se propone un modelo para modelizar las series pero no se realiza ningún ejercicio de cálculo de Valor en Riesgo, que muestre si efectivamente el modelo, además de describir mejor la evolución de las series de precios, también permite obtener mejores estimaciones del tipo de medidas de Valor en Riesgo.

Por otro lado la presencia de saltos en las series de precios de electricidad, junto con la alta asimetría y curtosis de las distribuciones incondicionales, sugiere la incorporación de metodologías basadas en la Teoría de Valores Extremos (“Extreme Value Theory”, EVT), ver Embrechts et al. (1999). En particular, McNeil y Frey (2000) proponen una metodología para incorporar procesos GARCH y modelizaciones de los residuos basadas en la EVT. McNeil y Frey (2000) proponen un filtrado previo de las series mediante procesos GARCH antes de aplicar las metodologías propias de la EVT. Sin embargo, no está claro que la metodología propuesta por McNeil y Frey (2000) pueda aplicarse de forma automática a las series de precios eléctricos. Tal y como se ha mostrado en esta Tesis la presencia de saltos puede sesgar las estimaciones de los procesos GARCH. Una alternativa sería realizar el filtrado previo propuesto por McNeil

y Frey (2000), mediante procedimientos GARCH robustos, ver por ejemplo Park (2002).

## 5.2 POSIBLES EXTENSIONES DEL CAPÍTULO 3

En el Capítulo 3, “*Valoración de Derivados Eléctricos: una Aproximación Bifactorial con Saltos*”, se ha propuesto un modelo de valoración de derivados, donde las variables estado se modelizan mediante procesos de difusión afines con saltos. Esto nos ha permitido explotar los resultados presentados en Duffie et al (2000). Una vez obtenidas las nuevas fórmulas de valoración se ha realizado un análisis empírico con datos de contratos “forward” negociados en el mercado PJM. Entre los resultados más importantes, destaca la presencia de una importante prima de riesgo por salto. Dado que la componente de salto tiene un marcado carácter estacional (analizado también en el Capítulo 3), la prima de riesgo también estacional. Este análisis nos ha permitido complementar los resultados de Bessembinder y Lemmon (2002) y Pirrong y Jermakyan (2000) entre otros. Una línea de investigación generada a partir de nuestros resultados es el análisis de la alta volatilidad de la prima de riesgo. Ante ése resultado Pirrong y Jermkayan (2000) argumentan que se podía deber a un proceso de aprendizaje por parte de los agentes participantes en el mercado que quizás, según los autores, estuvieran sobreestimando la persistencia de los “shocks” en mercados eléctricos. Nuestra metodología sin embargo nos permite argumentar que la prima de riesgo es muy volátil debido a la presencia de prima de riesgo cambiante en el tiempo (“time varying risk premium”). En particular, nuestra metodología permite incorporar el hecho de que la prima de riesgo sea proporcional a las desviaciones de la variable de corto plazo. Por tanto, un primer paso sería profundizar en el análisis del comportamiento de la prima de

riesgo, partiendo de la mayor flexibilidad (y el menor coste computacional) de la que disponemos con nuestra metodología.

Otra línea de investigación que ha quedado pendiente ha sido el ampliar el análisis empírico realizado en el Capítulo 3 a otros mercados. En particular, el mercado escandinavo Nord Pool es un candidato idóneo. Tal y como hemos comentado el modelo propuesto en el Capítulo 3 es una extensión del modelo propuesto por Schwartz y Smith (2000) y posteriormente aplicado al caso de derivados eléctricos por Lucía y Schwartz (2002). Nuestra extensión más importante es la inclusión de un componente de salto, por tanto queda pendiente el análisis de los errores de valoración generados por nuestro modelo (que incorpora la posibilidad de saltos), comparándolos por los generados por el modelo de Lucía y Schwartz (2002). Dado que la metodología empírica que hemos propuesto es diferente a la utilizada en Lucía y Schwartz (2002), también podríamos comparar la idoneidad de una u otra. Otra idea interesante se deriva de la relación entre la prima de riesgo y la asimetría (condicional) de las series de precio. En estos momentos hay algunos trabajos que incorporan la asimetría de las series como elemento importante para comprender la evolución de las primas de riesgo, Harvey y Siddique (1999a, 2000). También es interesante analizar una metodología de estimación alternativa que explícitamente incorpore la asimetría. Dada la alta asimetría observada en las series de precios, en forma de saltos, así como el hecho de que existan variables de demanda y oferta que son las causantes de estos saltos, se podrían aplicar las metodologías propuestas por Harvey y Siddique (1999b) y León, Rubio y Serna (2002) con el objeto de comprender mejor la interacción entre oferta, demanda y asimetría, así como asimetría y prima de riesgo en el mercado de futuros eléctricos.

### 5.3 POSIBLES EXTENSIONES DEL CAPÍTULO 4

En el Capítulo 4, “Valoración de Contratos de Futuros sobre Electricidad: el Papel de la Demanda y la Capacidad”, se ha presentado un marco para la valoración de contratos de derivados incorporando el efecto de variables de demanda y oferta. Claramente la extensión más obvia de este Capítulo es realizar un análisis empírico del modelo propuesto. Uno de los principales problemas tal y como se ha comentado en el Capítulo, es la implementación de la variable “capacidad de generación”. Por un lado, es difícil en la mayoría de los casos obtener una medida resumen y datos sobre la variable “capacidad de generación”. Si tratamos la variable como no observable el problema puede estribar en que esa variable incorpore todas aquellas fluctuaciones del precio no explicadas por la variable demanda, que sí es observable. Otra posibilidad sería aplicar el modelo a mercados donde la variable generación sea más fácilmente observable, como en el Nord Pool. Finalmente cabe resaltar que existen algunos trabajos que basándose en las ofertas que los generadores presentan para su posible casación en los mercados mayoristas, intentan extraer información acerca de la máxima capacidad de generación en un momento dado. Consideramos que esta línea puede ser muy interesante y de hecho, forma parte de un proyecto que se está iniciando en estos momentos.



## REFERENCIAS

- Bessembinder, H. y M.L. Lemmon (2002), "Equilibrium Pricing and Optimal Hedging in Electricity Forward Markets", *Journal of Finance* 57, 1347-82.
- Duffie, D., J. Pan y K. Singleton (2000), "Transform analysis and asset pricing for affine jump-diffusions", *Econometrica*, vol. 68(6), 1343-1376.
- Embrechts, P., C. Klüppelberg y T. Mikosch (1999), *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*, Springer eds.
- Harvey C. R. y A. Siddique (1999a), "Time-Varying Conditional Skewness and the Market Risk Premium", *Research in Banking and Finance*, vol. 1, pp. 25-58.
- Harvey C. R. y A. Siddique (1999b), "Autoregressive Conditional Skewness", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 34 (4).
- Harvey C. R. y A. Siddique (2000), "Conditional Skewness in Asset Pricing Tests", *Journal of Finance*, vol. 55, 1263-1295.
- Leon, A., G. Rubio y G. Serna (2002), "Autoregressive Conditional Volatility, Skewness and Kurtosis", working paper, Universidad de Alicante.
- Lucia, J. y E. Schwartz (2001), "Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from Nordic Power Exchange", *Review of Derivatives Research*, vol. 5 (1), 5-50.
- McNeil, A. y R. Frey (2000), "Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heterocedastic Financial Time Series: an Extreme Value Approach", *Journal of Empirical Finance*, 7, 271-300.
- Park, B. (2002), "An Outlier Robust GARCH Model and Forecasting Volatility of Exchange Rate Returns", *Journal of Forecasting*, 21, 381-393.
- Peña, J.I. (2002), *La Gestión de Riesgos Financieros de Mercado y Crédito*, Prentice-Hall.



Pirrong, C. y M. Jermakyan (2000), "The Price of Power: the Valuation of Power and Weather Derivatives", working Paper, Olin School of Business, Washington University.

Schwartz, E. y J.E. Smith (2000), "Short-term Variations and Long-term Dynamics in Commodity Prices", *Management Science*, 46 (7), 893-911.